a) Tenemos como datos:

m=1 kg; v=3 m/s; k=50 N/m; l_0=0.6 m

Podemos determinar las coordenadas del punto A a través de la ecuación de la forma de la varilla:

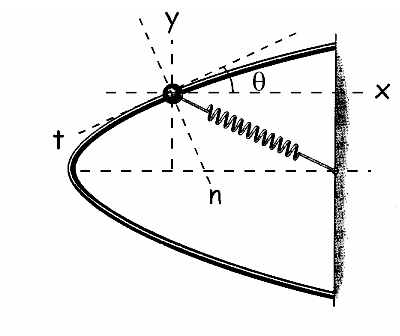
$$y = \sqrt{0.3x} = \sqrt{0.3 \cdot 0.6} = 0.424 \text{ m}$$

También podemos determinar la longitud total del resorte en la posición del problema a través del teorema de Pitágoras:

$$l = \sqrt{0.9^2 + y^2} = \sqrt{0.9^2 + 0.424^2} = 0.995 \text{ m}$$

Por tanto el resorte está alargado una cantidad:

$$\Delta l = l - l_0 = 0.995 - 0.6 = 0.395 \text{ m}$$



Para resolver el problema vamos a relacionar las coordenadas rectangulares e intrínsecas. Para ello tendremos que determinar el ángulo θ que forman los ejes XY con los ejes t-n. Conocemos la velocidad, que vale 3 m/s, tiene que ser tangente a la trayectoria en ese punto (coincide con la dirección tangencial) y se dirige hacia la izquierda. En cuanto a las componentes cartesianas, podemos obtenerlas derivando la ecuación de la trayectoria:

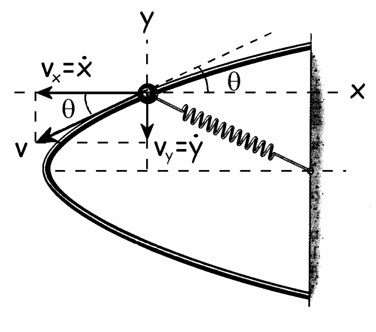
$$y = \sqrt{0.3x} \Rightarrow y^2 = 0.3x \Rightarrow 2y\dot{y} = 0.3\dot{x} \Rightarrow \dot{y} = \frac{0.3\dot{x}}{2y} = \frac{0.3\dot{x}}{2 \cdot 0.424} = 0.354\dot{x}$$

donde $\dot{x}$ e $\dot{y}$ son las dos componentes cartesianas de la velocidad. Sabemos además que:

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \Rightarrow 3^2 = \dot{x}^2 + (0.354\dot{x})^2 \Rightarrow 9 = 1.125\dot{x}^2 \Rightarrow \dot{x} = 2.828 \text{ m/s}$$

Y la otra componente:

$$\dot{y} = 0.354\dot{x} = 0.354 \cdot 2.828 = 1 \text{ m/s}$$

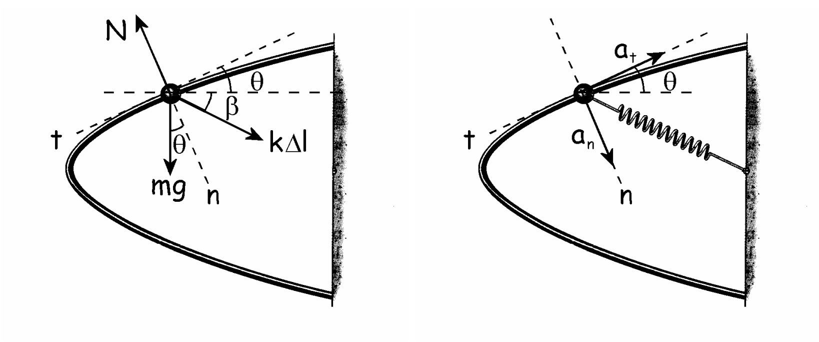


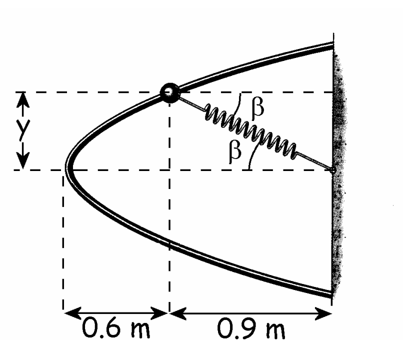
Podemos ver en la gráfica que:

$$tg\theta = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{1}{2.828} = 0.354 \Rightarrow \theta = 19.47°$$

Ya tenemos el ángulo que forman los ejes cartesianos y los intrínsecos. Ahora vamos a hacer el diagrama de sólido libre. En cuanto a fuerzas, tendremos el peso, vertical y hacia abajo, la fuerza recuperadora del resorte, que está en la dirección del resorte, y la reacción de la barra, que será normal a la misma.

En cuanto a aceleraciones tendremos las dos componentes, tangencial y normal, la tangencial en la misma dirección que la velocidad y la normal perpendicular a la tangencial y apuntando hacia el centro de curvatura. Nos quedará pues lo que aparece en la figura.





Para las proyecciones necesitamos también conocer el ángulo β. Dicho ángulo lo podemos obtener de la tangente:

$$tg\beta = \frac{y}{0.9} = \frac{0.424}{0.9} = 0.471 \Rightarrow \beta = 25.23°$$

Aplicamos ahora la segunda ley de Newton. Para la dirección tangencial:

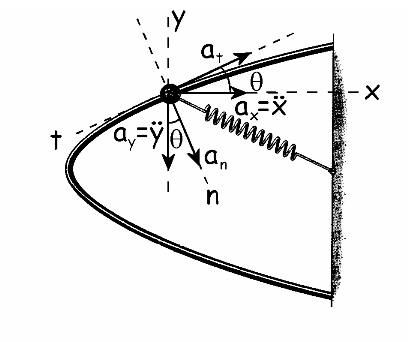
$$\Sigma F_t = ma_t \Rightarrow mg\,sen\theta - k\Delta l\cos(\beta+\theta) = -ma_t$$

$$9.8sen19.47° - 50 \cdot 0.395\cos(25.23°+19.47°) = -a_t \Rightarrow a_t = 10.77 m/s^2$$

La ecuación en la dirección normal aún no la podemos resolver, ya que tenemos dos incógnitas, la reacción de la barra (N) y la aceleración normal. Vamos a determinar primero la aceleración normal relacionando coordenadas cartesianas e intrínsecas. Sabemos que la aceleración es única, aunque la expresemos en distintos sistemas. En coordenadas cartesianas las componentes de la aceleración serán $a_x = \ddot{x}$ y $a_y = \ddot{y}$. Ambas coordenadas las podemos relacionar derivando respecto del tiempo la expresión que obtuvimos para las velocidades:

$$2y\dot{y} = 0.3\dot{x} \Rightarrow 2\dot{y}^2 + 2y\ddot{y} = 0.3\ddot{x} \Rightarrow 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 0.424\ddot{y} = 0.3\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{2 + 0.848\ddot{y}}{0.3} = 6.67 + 2.83\ddot{y}$$



Ahora en el gráfico podemos ver la relación entre las coordenadas cartesianas e intrínsecas de la aceleración, de modo que podemos escribir:

$$a_x = \ddot{x} = a_t \cos\theta + a_n \operatorname{sen}\theta$$

$$a_t \cos\theta + a_n \operatorname{sen}\theta = 6.67 + 2.83\ddot{y}$$

$$a_t\cos\theta + a_n\operatorname{sen}\theta = 6.67 + 2.83(a_n\cos\theta - a_t\operatorname{sen}\theta)$$

$$10.77\cos 19.47^\circ + a_n\operatorname{sen}19.47^\circ =$$

$$= 6.67 + 2.83(a_n\cos 19.47^\circ - 10.77\operatorname{sen}19.47^\circ) \Rightarrow 13.643 = 2.335a_n \Rightarrow a_n = 5.84 \text{ m/s}^2$$

Por tanto la aceleración sera:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{5.84^2 + 10.77^2} = 12.25 \text{ m/s}^2$$

$\underline{a = 12.25 \text{ m/s}^2}$

b) Ahora aplicamos la segunda ley de Newton a la dirección normal:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow mg\cos\theta - N + k\Delta l\operatorname{sen}(\theta+\beta) = ma_n \Rightarrow N = mg\cos\theta + k\Delta l\operatorname{sen}(\theta+\beta) - ma_n =$$

$$= 9.8\cos 19.47^\circ + 50 \cdot 0.395\operatorname{sen}(19.47^\circ + 25.23^\circ) - 5.84 = 17.29 \text{ N}$$

$\underline{N = 17.29 \text{ N}}$