a) Desde el final de la pista (punto C) hasta el punto en que cae al suelo (punto D) el patinador está sometido sólo a la acción de la gravedad, luego sigue una parábola. Separamos los dos ejes, ya que en el eje X el movimiento es rectilíneo y uniforme y en el eje Y el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado. Así, tendremos:

$$\text{Eje X: } x_D=x_C+v_{0x}t \Rightarrow 90\cos 60^o=v_0\cos 84^o t$$

$$\text{Eje Y: } y_D = y_C + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 90\text{sen}60^o + v_0\text{sen}84^o\, t - \frac{1}{2}9{,}8t^2$$

Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas, el tiempo de vuelo t y la velocidad inicial v_0. De la primera ecuación:

$$90\cos 60^o=v_0\cos 84^o t \Rightarrow v_0 = \frac{90\cos 60^o}{t\cos 84^o}$$

Y sustituimos en la segunda:

$$0 = 90\text{sen}60^o + v_0\text{sen}84^o\, t - \frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow 0 = 90\text{sen}60^o + \frac{90\cos 60^o}{t\cos 84^o}\text{sen}84^o\, t - \frac{1}{2}9{,}8t^2$$

$$0 = 90\text{sen}60^o + 90\cos 60^o\,\text{tg}84^o - \frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow t = 10{,}163\text{ s}$$

Y la velocidad al finalizar la pista:

$$v_0 = \frac{90\cos 60^o}{t\cos 84^o} = \frac{90\cos 60^o}{10{,}163\cos 84^o} = 42{,}361\text{ m/s}$$

$\underline{v_0=42{,}361\text{ m/s}}$

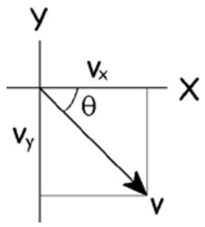
b) El tiempo de vuelo ya lo hemos determinado:

$\underline{t=10{,}163\text{ s}}$

c) Durante el vuelo, la única aceleración a la que está sometido el patinador es la de la gravedad, vertical y hacia abajo. Tendremos que encontrar las direcciones normal y tangencial para proyectarla en estos dos ejes. Es relativamente sencillo encontrar la dirección tangencial porque coincide con la de la velocidad. Determinamos por tanto la velocidad en t=5 s:

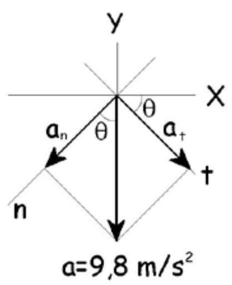
$$\text{Eje X: } v_x=\text{cte}=v_{0x}=v_0\cos 84^o=42{,}361\cos 84^o=4{,}428\text{ m/s}$$

$$\text{Eje Y: } v_y=v_{0y}-gt=42{,}361\text{sen}84^o-9{,}8\cdot 5=-6{,}871\text{ m/s}$$



Si dibujamos este vector tenemos lo que aparece en la figura. El ángulo θ nos marca la dirección tangencial, y podemos determinarlo con las componentes de la velocidad:

$$\text{tg}\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{6{,}871}{4{,}428} = 1{,}552 \Rightarrow \theta = 57{,}201^o$$



Ahora vamos a proyectar la aceleración de la gravedad sobre este eje (tangencial) y el perpendicular (normal). Tendremos pues:

$$a_t=a\text{sen}\theta=9{,}8\text{sen}57{,}201^o=8{,}238\text{ m/s}^2$$

$\underline{a_t=8{,}238\text{ m/s}^2}$

$$a_n=a\cos\theta=9{,}8\cos 57{,}201^o=5{,}309\text{ m/s}^2$$

$\underline{a_n=5{,}309\text{ m/s}^2}$

También podemos determinar la aceleración tangencial proyectando la aceleración sobre la dirección tangencial, lo cual implica multiplicar escalarmente la aceleración por un vector unitario en dirección tangencial. Dicho vector unitario coincide con la dirección de la velocidad, luego es:

$$\mathbf{e_t} = \frac{\mathbf{v}}{v} = \frac{4{,}428\mathbf{i} - 6{,}871\mathbf{j}}{\sqrt{4{,}428^2 + 6{,}871^2}} = 0{,}542\mathbf{i} - 0{,}841\mathbf{j}$$

Y así, la aceleración tangencial será:

$$a_t = \mathbf{a} \cdot \mathbf{e_t} = (-9{,}8\mathbf{j}) \cdot (0{,}542\mathbf{i} - 0{,}841\mathbf{j}) = 8{,}238 \text{ m/s}^2$$

Y la normal la podemos obtener por diferencia:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{9{,}8^2 - 8{,}238^2} = 5{,}309 \text{ m/s}^2$$

Obtenemos las mismas soluciones.

Por último, el radio de curvatura en este punto lo obtenemos de la aceleración normal

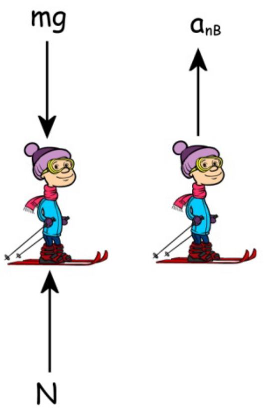
$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_x^2 + v_y^2}{a_n} = \frac{4{,}428^2 + 6{,}871^2}{5{,}309} = 12{,}586 \text{ m}$$

$$\underline{\rho = 12{,}586 \text{ m}}$$

d) Vamos ahora al punto B, 20 m por debajo del final de la pista. Para determinar la velocidad en este punto aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre los puntos B y C:

$$W_{BC} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg+}W_N = \Delta E_C \Rightarrow -\Delta U = \Delta E_C \Rightarrow U_B - U_C = E_{CC} - E_{CB} \Rightarrow -U_C = E_{CC} - E_{CB}$$

$$-mgh_C = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow -9{,}8 \cdot 20 = \frac{1}{2}42{,}36^2 - \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2186{,}37 \text{ m}^2/\text{s}^2$$



Hacemos ahora el diagrama de sólido libre del patinador en el punto B, y tendremos lo que aparece en la figura. De la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_Y = ma_Y \Rightarrow N - mg = ma_{nB} \Rightarrow N = mg + ma_{nB} = m(g + a_{nB}) =$$

$$= m\left(g + \frac{v_B^2}{\rho_B}\right) = 80\left(9{,}8 + \frac{2186{,}37}{80}\right) = 2970{,}37 \text{ N}$$

$$\underline{N = 2970{,}37 \text{ N}}$$