a) El módulo de elasticidad en volumen viene dado por la expresión:

$$K = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{def.unitaria}} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}}$$

ΔP en este caso es la presión hidrostática ejercida por el mar, es decir, por la cantidad de agua que hay por encima de la bolsa. Así, la calculamos de la siguiente manera:

$$\Delta P = \frac{F}{S} = \frac{m.g}{S} = \frac{V.\rho.g}{S} = \frac{S.l.\rho.g}{S} = l.\rho.g$$

siendo l la longitud de agua que está por encima de la bolsa, g el valor de la gravedad y ρ la densidad. En esta expresión se ha tenido en cuenta que la densidad es $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = V.\rho$.

Así:

$$K = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{def.unitaria}} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} = -\frac{l.\rho.g}{\frac{\Delta V}{V}}$$

Con los datos del problema, tenemos:

$$K = \frac{l.\rho.g}{\frac{\Delta V}{V}} = -\frac{100.1003.9'8}{\frac{-2}{2000}} = 9'8.10^8\ N/m^2$$

<u>**K = 9’8.10^8 N/m^2**</u>

b) Para una onda sonora la velocidad del sonido en un cierto medio y la densidad del mismo están relacionadas a través de la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

de donde:

$$\rho = \frac{K}{v^2}$$

El módulo de elasticidad en volumen (K) lo hemos calculado en el apartado (a) para las condiciones descritas (a 100 m de profundidad). Nos falta por determinar la velocidad para esas condiciones. Haciendo uso de la relación de la velocidad con la temperatura, tenemos:

$$v = c\sqrt{T}$$

siendo c una constante. Así:

$$v(0^o C) = c\sqrt{273{,}15} = 3200\ m/s$$
$$v(-70^o C) = c\sqrt{273{,}15 - 70}$$

Dividiendo ambas expresiones y despejando:

$$v(-70^o C) = \sqrt{\frac{273{,}15 - 70}{273{,}15}}.3200 = 2760\ m/s$$

Podemos ya calcular la densidad en esas condiciones:

$$\rho = \frac{K}{v^2} = \frac{9{,}8.10^8}{2760^2} = 128{,}65\ kg/m^3$$

<u>**ρ = 128,65 kg/m^3**</u>

c) Recordemos la expresión de la energía potencial elástica para el caso de un paralepípedo sometido a esfuerzos en las tres direcciones del espacio.

La energía potencial elástica de una barra que se deforma longitudinalmente viene dada por la expresión:

$$E_{elast} = \frac{1}{2}\frac{E.S}{l}\Delta l^2 = \frac{1}{2}F.\Delta l$$

Generalizando esta expresión para el caso de más esfuerzos, tendremos:

$$E_{elast} = \frac{1}{2}F_{xx}.\Delta l_{xx} = \frac{1}{2}\sigma_{xx}S_{xx}\Delta l_{xx} = \frac{1}{2}\sigma_{xx}S_{xx}\varepsilon_{xx}l_{xx} = \frac{1}{2}V\sigma_{xx}\varepsilon_{xx}$$

donde se ha hecho uso de las expresiones:

$$\sigma_{xx} = \frac{F_{xx}}{S_{xx}}$$

y

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta l_{xx}}{l_{xx}}$$

Así, podemos ya generalizar para el caso de esfuerzos en las tres direcciones del espacio:

$$E_{elast} = \frac{1}{2}V\left\{\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz}\right\}$$

En el caso del problema, tenemos una deformación debida a una presión hidrostática, de forma que el esfuerzo es el mismo en las tres direcciones del espacio, y por tanto:

$$\left\{\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz}\right\} = \sigma\left\{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}\right\} = \sigma\frac{\Delta V}{V_o}$$

Así:

$$E_{elast} = \frac{1}{2}V_o\sigma.\frac{\Delta V}{V_o} = \frac{1}{2}\sigma.\Delta V = \frac{1}{2}\Delta P.\Delta V$$

$$\underline{E_{elast.} = \frac{1}{2}\Delta P.\Delta V}$$

d) La energía potencial elástica en el caso de la experiencia es, por tanto:

$$E_{elast} = \frac{1}{2}\Delta P.\Delta V = \frac{1}{2}9{,}8.10^5.2.(10^{-1})^3 = 980\ J$$

$$\underline{\mathbf{E_{elast}^{exp} = 980\ J}}$$

e) El coeficiente de reflexión R viene dado, en términos de la velocidad de propagación de la onda en los dos medios, por la expresión:

$$R = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2}$$

Haciendo uso de los datos del problema, tenemos:

$$R = 0{,}3 = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2}$$

Operando:

$$(v_1 + v_2)0{,}3 = v_2 - v_1$$

$$\rightarrow \qquad v_1 = 0{,}54v_2$$

En el apartado (b) calculamos la velocidad de las ondas en el interior de la bolsa (v_2). Podemos, por tanto, calcular v_1:

$$v_1 = 0{,}54v_2 = 0{,}54.2760 = 1490{,}4 \text{ m/s}$$

$\underline{v_1 = 1490{,}4 \text{ m/s}}$

f) Las ecuaciones de las ondas incidente, reflejada y transmitida vienen dadas por:

$$\xi_i = A_i \operatorname{sen}(\omega_i t - k_i x)$$
$$\xi_r = A_r \operatorname{sen}(\omega_r t + k_r x)$$
$$\xi_t = A_t \operatorname{sen}(\omega_t t - k_t x)$$

donde se ha supuesto aquí una onda incidente que va de izquierda a derecha.

Las frecuencias angulares se mantienen en los procesos de reflexión y refracción y por tanto $\omega_i=\omega_r=\omega_t$, valor que podemos calcular a partir del dato del problema de la frecuencia (150 Hz):

$$\omega = 2\pi.\nu = 2\pi.150 = 300\pi \text{ rad/s}$$

Los números de onda dependen del medio, ya que dependen de ω y de la velocidad de propagación de las ondas. Así, $k_i = k_r = k_1$, y $k_t = k_2$.

$$k_1 = \frac{\omega}{v_1} = \frac{300\pi}{1490{,}4} = 0{,}63 \text{ m}^{-1}$$
$$k_2 = \frac{\omega}{v_2} = \frac{300\pi}{2760} = 0{,}34 \text{ m}^{-1}$$

La amplitud incidente es conocida (Ai = 0,1 m) y las amplitudes reflejada y transmitida se pueden calcular mediante los coeficientes R y T, donde R es conocido (0,3), mientras que T se puede calcular a partir de su expresión en función de las velocidades de propagación de las ondas (o del hecho de que T-R = 1):

Así:

$$T = \frac{2v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2.2760}{1490{,}4 + 2760} = 1{,}3$$

De esta forma, las amplitudes son:

$$A_i = 0{,}1 \text{ m}$$
$$A_r = R.\ A_i = 0{,}3.0{,}1 = 0{,}03 \text{ m}$$
$$A_t = T.\ A_i = 1{,}3.\ 0{,}1 = 0{,}13 \text{ m}$$

Finalmente, las expresiones de las ondas incidente, reflejada y transmitida serán:

$$\xi_i = 0{,}1 \operatorname{sen}(300\pi.t - 0{,}63x)$$
$$\xi_r = 0{,}03 \operatorname{sen}(300\pi.t + 0{,}63x)$$
$$\xi_t = 0{,}13 \operatorname{sen}(300\pi.t - 0{,}34x)$$

(en metros, donde t está dado en segundos y x en metros)

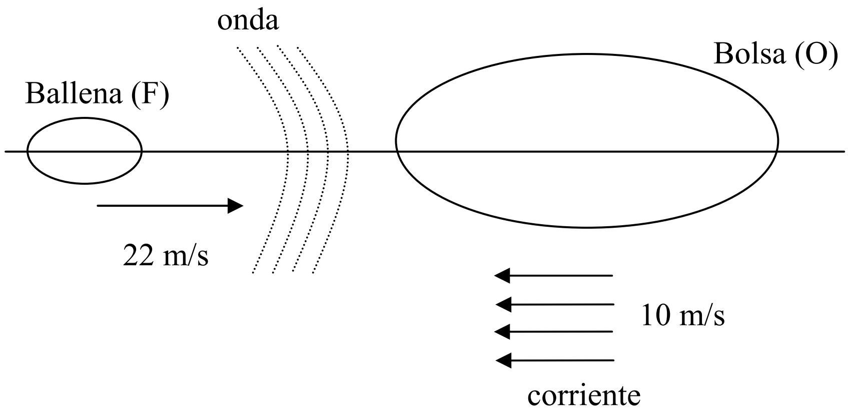
g) Debemos aplicar efecto Doppler dos veces, para la onda que va de la ballena a la bolsa y para la onda que rebota de la bolsa y vuelve a la ballena:

$$\nu' = \nu \frac{v_s^{\exp} \pm v_O^{OF}}{v_s^{\exp} \pm v_F^{OF}}$$

La velocidad del sonido en el mar sin corriente (en “calma”) es la que hemos determinado antes como v_1:

$$v_s^{calma} = 1490{,}4 \text{ m/s}$$

i) Onda que va de la ballena a la bolsa:



En esta situación, la corriente se opone al avance de la onda sonora y la velocidad del sonido en las condiciones de la experiencia es:

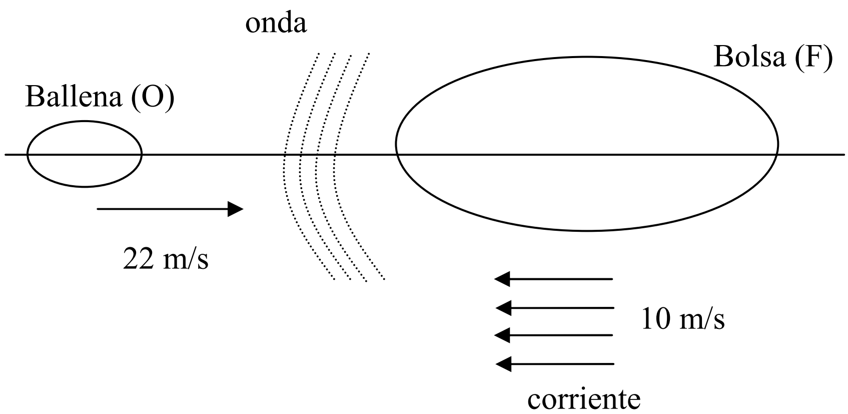
$$v_s^{exp} = v_s^{calma} - v_{corriente} = 1490{,}4 - 10 = 1480{,}4 \text{ m/s}$$

La ballena es la fuente (v_F = 22 m/s), mientras que la bolsa, arrastrada por la corriente, es el observador (v_O = 10 m/s).

Aplicamos la ecuación del efecto Doppler teniendo en cuenta que la fuente se mueve hacia el observador y el observador hacia la fuente:

$$\nu' = \nu \frac{v_s^{exp} + v_O}{v_s^{exp} - v_F} = 150 . \frac{1480{,}4 + 10}{1480{,}4 - 22} = 153{,}29 \text{ Hz}$$

ii) Onda que se refleja de la bolsa a la ballena



Ahora la corriente ayuda a la onda y la velocidad del sonido es:

$$v_s^{exp} = v_s^{calma} + v_{corriente} = 1490{,}4 + 10 = 1500{,}4 \text{ m/s}$$

Ahora la ballena es el observador (v_O = 22 m/s), mientras que la bolsa, arrastrada por la corriente, es la fuente (v_F = 10 m/s).
De nuevo la fuente se mueve hacia el observador y el observador hacia la fuente, por lo que la expresión del efecto Doppler a usar será de nuevo:

$$\nu'' = \nu' \frac{v_s^{exp} + v_O}{v_s^{exp} - v_F}$$

de donde calculamos la frecuencia final que percibe la ballena:

$$\nu'' = 153{,}29 \frac{1500{,}4 + 22}{1500{,}4 - 10} = 156{,}58 \text{ Hz}$$

$$\underline{\boldsymbol{\nu'' = 156{,}58 \text{ Hz}}}$$