

a) Conocemos la variación de energía interna del gas para ir de A a C, ya que nos dicen que dicha energía interna aumenta en 800 J:

$$\Delta U_{AC} = 800 \text{ J}$$

También conocemos el trabajo realizado por el gas a lo largo de la trayectoria ABC, que es de 500 J (positivo puesto que es trabajo realizado por el gas):

$$\Delta W_{AC} = 500 \text{ J}$$

Si aplicamos el primer principio de la Termodinámica:

$$\Delta U_{AC} = \Delta Q_{AC} - \Delta W_{AC} \Rightarrow \Delta Q_{AC} = \Delta U_{AC} + \Delta W_{AC} = 800 + 500 = 1300 \text{ J}$$

$$\Delta Q_{AC} = 1300 \text{ J}$$

b) El trabajo realizado en la trayectoria ABC puede dividirse en dos tramos, AB y BC:

$$\Delta W_{AC} = \Delta W_{AB} + \Delta W_{BC}$$

La transformación BC es a volumen constante, de modo que no se realiza trabajo:

$$\Delta W_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta W_{AC} = \Delta W_{AB} + \Delta W_{BC} = \Delta W_{AB} = 500 \text{ J}$$

La transformación AB es a presión constante, luego la variación de trabajo será:

$$\Delta W_{AB} = P_A(V_B - V_A) = 5P_C(V_B - V_A) = 500 \text{ J}$$

Lo mismo podemos hacer en la trayectoria CDA, formada por CD y DA:

$$\Delta W_{CA} = \Delta W_{CD} + \Delta W_{DA}$$

La transformación DA es a volumen constante, de modo que no se realiza trabajo:

$$\Delta W_{DA} = 0 \Rightarrow \Delta W_{CA} = \Delta W_{CD} + \Delta W_{DA} = \Delta W_{CD}$$

La transformación CD es a presión constante, luego la variación de trabajo será:

$$\Delta W_{CD} = P_C(V_D - V_C)$$

Vemos además en el gráfico que  $V_D = V_A$  y que  $V_B = V_C$ , de modo que:

$$\Delta W_{CD} = P_C(V_D - V_C) = P_C(V_A - V_B) = -P_C(V_B - V_A)$$

Así, si dividimos las expresiones de  $\Delta W_{AB}$  y  $\Delta W_{CD}$  tendremos:

$$\Delta W_{AB} = 5P_C(V_B - V_A) \Rightarrow \frac{\Delta W_{AB}}{\Delta W_{CD}} = \frac{5P_C(V_B - V_A)}{-P_C(V_B - V_A)} \Rightarrow \frac{\Delta W_{AB}}{\Delta W_{CD}} = -5$$

Como conocemos  $\Delta W_{AB}$ :

$$\frac{\Delta W_{AB}}{\Delta W_{CD}} = -5 \Rightarrow \Delta W_{CD} = -\frac{\Delta W_{AB}}{5} = -\frac{500}{5} = -100 \text{ J}$$

$$\underline{\Delta W_{CD} = -100 \text{ J}}$$

c) En la trayectoria AC la energía interna aumenta 800 J, de modo que en la trayectoria CA disminuirá 800 J (ya que es una variable de estado):

$$\Delta U_{CA} = -800 \text{ J}$$

En cuanto al trabajo, ya hemos visto que:

$$\Delta W_{CA} = \Delta W_{CD} = -100 \text{ J}$$

Aplicamos de nuevo el primer principio de la Termodinámica a la trayectoria CA y tendremos:

$$\Delta U_{CA} = \Delta Q_{CA} - \Delta W_{CA} \Rightarrow \Delta Q_{CA} = \Delta U_{CA} + \Delta W_{CA} = -800 - 100 = -900 \text{ J}$$

$$\underline{\Delta Q_{CA} = -900 \text{ J}}$$

d) Vamos a ver cuánto vale la variación de energía interna en la transformación CD, para así aplicar luego el primer principio de la Termodinámica. Sabemos que en la transformación ABC (formada por AB y BC) la energía interna aumenta 800 J:

$$\Delta U_{AC} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} = 800 \text{ J}$$

Además, la energía interna al ir desde D hasta A aumenta en 500 J:

$$\Delta U_{DA} = 500 \text{ J}$$

Como la energía interna es una variable de estado, en todo el ciclo la variación de energía interna debe ser nula:

$$\Delta U_{\text{Total}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} = 0 \Rightarrow 800 + \Delta U_{CD} + 500 = 0 \Rightarrow \Delta U_{CD} = -1300 \text{ J}$$

Aplicamos por tanto el primer principio de la Termodinámica al tramo CD:

$$\Delta U_{CD} = \Delta Q_{CD} - \Delta W_{CD} \Rightarrow \Delta Q_{CD} = \Delta U_{CD} + \Delta W_{CD} = -1300 - 100 = -1400 \text{ J}$$

$$\underline{\Delta Q_{CD} = -1400 \text{ J}}$$