

a) Denominaremos a los cuatro estados a, b, c y d. Vamos a determinar en primer lugar las constantes del problema, es decir, los calores específicos a presión y a volumen constante. Sabemos que:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \Rightarrow c_p = \gamma c_v = 1.4 c_v$$

Y además:

$$c_p - c_v = R \Rightarrow 1.4 c_v - c_v = 2 \Rightarrow c_v = \frac{2}{1.4 - 1} = 5 \text{ cal/molK}$$

Y el calor específico a presión constante:

$$c_p = 1.4 c_v = 1.4 \cdot 5 = 7 \text{ cal/molK}$$

En el primero de los estados conocemos presión y temperatura:

$$\underline{P_a = 4 \text{ atm}}$$

$$T_a = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$\underline{T_a = 300 \text{ K}}$$

Como conocemos la presión, la temperatura y el número de moles, podemos determinar el volumen a través de la ecuación de los gases perfectos:

$$P_a V_a = nRT_a \Rightarrow V_a = \frac{nRT_a}{P_a} = \frac{1 \cdot 0.082 \cdot 300}{4} = 6.15 \text{ l}$$

$$\underline{V_a = 6.15 \text{ l}}$$

Del estado a al estado b se pasa a través de una expansión isoterma, luego la temperatura se mantiene constante:

$$T_b = T_a = 300 \text{ K}$$

$$\underline{T_b = 300 \text{ K}}$$

Además, el volumen se triplica:

$$V_b = 3V_a = 3 \cdot 6.15 = 18.45 \text{ l}$$

$$\underline{V_b = 18.45 \text{ l}}$$

Como la transformación es isoterma y el número de moles permanece constante:

$$nRT = PV = \text{cte} \Rightarrow P_a V_a = P_b V_b \Rightarrow 4V_a = P_b \cdot 3V_a \Rightarrow P_b = \frac{4}{3} = 1.333 \text{ atm}$$

$$\underline{P_b = 1.333 \text{ atm}}$$

De b a c se produce un calentamiento a volumen constante luego:

$$V_c = V_b = 18.45 \text{ l}$$

$$\underline{V_c = 18.45 \text{ l}}$$

La presión final es de 2 atm:

$$\underline{P_c = 2 \text{ atm}}$$

Y puesto que el volumen es constante:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{nR}{V} = \frac{P}{T} = \text{cte} \Rightarrow \frac{P_b}{T_b} = \frac{P_c}{T_c} \Rightarrow \frac{1.333}{300} = \frac{2}{T_c} \Rightarrow T_c = 450 \text{ K}$$

$$\underline{T_c = 450 \text{ K}}$$

De c a d hay una compresión adiabática hasta la presión inicial, de modo que:

$$P_d = P_a = 4 \text{ atm}$$

$$\underline{P_d = 4 \text{ atm}}$$

Como el proceso es adiabático:

$$PV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P_c V_c^\gamma = P_d V_d^\gamma \Rightarrow 2 \cdot 18.45^{1.4} = 4 V_d^{1.4} \Rightarrow V_d = 11.245 \text{ l}$$

$$\underline{V_d = 11.245 \text{ l}}$$

Y teniendo en cuenta que el número de moles se mantiene constante:

$$PV = nRT \Rightarrow nR = \frac{PV}{T} = \text{cte} \Rightarrow \frac{P_c V_c}{T_c} = \frac{P_d V_d}{T_d} \Rightarrow \frac{2 \cdot 18.45}{450} = \frac{4 \cdot 11.245}{T_d}$$

$$\underline{T_d = 548.56 \text{ K}}$$

b) La última transformación es la que cierra el ciclo, es decir, la transformación d→a. La variación de energía interna será:

$$\Delta U_{da} = n c_v (T_a - T_d) = 1 \cdot 5(300 - 548.56) = -1242.78 \text{ cal} = -5194.82 \text{ J}$$

$$\underline{\Delta U_{da} = -5194.82 \text{ J}}$$

c) Para determinar el trabajo realizado en el ciclo calcularemos los trabajos en todas las etapas y después los sumaremos. El proceso a→b es isoterma luego:

$$\Delta W_{ab} = nRT_a \ln \frac{V_b}{V_a} = 1 \cdot 2 \cdot 300 \ln \frac{3V_a}{V_a} = 1 \cdot 2 \cdot 300 \ln 3 = 659.17 \text{ cal} = 2755.32 \text{ J}$$

La transformación b→c es isocora luego en esta transformación no hay variación de trabajo:

$$\Delta W_{bc} = 0$$

La transformación c→d es adiabática, de modo que la variación de trabajo es:

$$\Delta W_{cd} = \frac{P_c V_c - P_d V_d}{\gamma - 1} = \frac{2 \cdot 18.45 - 4 \cdot 11.245}{1.4 - 1} = -20.2 \text{ atml} = -2046.76 \text{ J}$$

Y por último la transformación d→a es isobara, luego:

$$\Delta W_{da} = P_d (V_a - V_d) = 4(6.15 - 11.245) = -20.38 \text{ atml} = -2065 \text{ J}$$

Así pues, el trabajo realizado en el ciclo será:

$$\Delta W = \Delta W_{ab} + \Delta W_{bc} + \Delta W_{cd} + \Delta W_{da} = 2755.32 - 2046.76 - 2065 = -1356.44 \text{ J}$$

$$\underline{\Delta W = -1356.44 \text{ J}}$$

d) La segunda transformación (b→c) es la transformación a volumen constante. En esta transformación tendremos:

$$\Delta S_{bc} = \int \frac{dQ_{bc}}{T} = \int \frac{dU_{bc} + dW_{bc}}{T} = \int \frac{dU_{bc}}{T} + \int \frac{dW_{bc}}{T} = \int_{T_b}^{T_c} \frac{nc_v dT}{T} + \int \frac{PdV}{T}$$

Como la transformación es a volumen constante, $dV=0$, de modo que el segundo término es nulo:

$$\begin{aligned}\Delta S_{bc} &= \int_{T_b}^{T_c} \frac{nc_v dT}{T} = nc_v \int_{T_b}^{T_c} \frac{dT}{T} = nc_v \ln T \Big|_{T_b}^{T_c} = nc_v (\ln T_c - \ln T_b) = nc_v \ln \frac{T_c}{T_b} = \\ &= 1 \cdot 5 \cdot \ln \frac{450}{300} = 2.027 \text{ cal / K} = 8.47 \text{ J / K} \\ &\quad \underline{\Delta S_{bc}=8.47 \text{ J/K}}\end{aligned}$$