

a) Conocemos las condiciones iniciales que son:

$$P_1=16 \text{ atm}; V_1=1 \text{ l}; T_1=327^\circ\text{C}=600 \text{ K}$$

A continuación el sistema se expande isotérmicamente, de modo que la temperatura permanece constante:

$$T_2=T_1=600 \text{ K}$$

Conocemos también el volumen en este segundo estado:

$$V_2=4 \text{ l}$$

Y teniendo en cuenta que la transformación es isotérmica:

$$PV = nRT = \text{cte} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{16 \cdot 1}{4} = 4 \text{ atm}$$

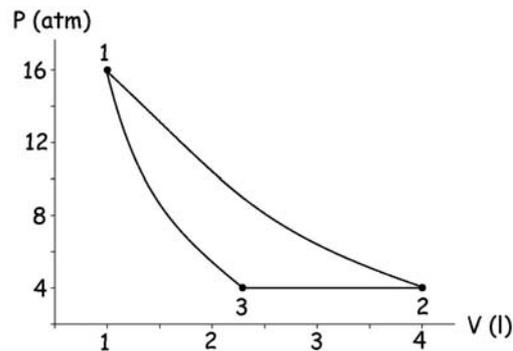
A continuación el sistema se comprime a presión constante luego:

$$P_3=P_2=4 \text{ atm}$$

El ciclo se cierra con una adiabática de modo que:

$$PV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P_3 V_3^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Rightarrow 4 \cdot V_3^{1.67} = 16 \cdot 1^{1.67} \Rightarrow V_3 = 2.29 \text{ l}$$

Ya podemos hacer el diagrama PV puesto que conocemos todos los datos de presión y volumen. La transformación 1→2 es isoterma (curva), la transformación 2→3 es isobara (horizontal) y la transformación 3→1 que cierra el ciclo es una adiabática (curva). El diagrama será el que muestra la figura.



b) La transformación isobárica es la transformación 2→3. La variación de energía interna será:

$$\Delta U_{23} = n c_v (T_3 - T_2)$$

Para un gas monoatómico el calor específico a volumen constante es:

$$c_v = \frac{3}{2} R$$

En el Sistema Internacional la constante de los gases perfectos es:

$$R=0.082 \text{ atml/Kmol}=8.31 \text{ J/molK}$$

Por tanto:

$$c_v = \frac{3}{2} R = \frac{3}{2} 8.31 = 12.46 \text{ J/molK}$$

En cuanto a la temperatura, podemos tener en cuenta la ecuación de los gases perfectos, de modo que:

$$PV = nRT \Rightarrow nT = \frac{PV}{R}$$

Sustituyendo en la expresión de la energía interna:

$$\begin{aligned} \Delta U_{23} &= nc_v(T_3 - T_2) = c_v(nT_3 - nT_2) = c_v \left(\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right) = \frac{P_2 c_v}{R} (V_3 - V_2) = \\ &= \frac{4 \cdot 12.46}{8.31} (2.29 - 4) = -10.258 \text{ atml} = -1039.42 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\underline{\Delta U_{23} = -1039.42 \text{ J}}$$

c) Para el trabajo total en el ciclo haremos cada una de las transformaciones por separado. La transformación 1→2 es isoterma, de modo que la variación de trabajo será:

$$\Delta W_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 16 \cdot 1 \ln \frac{4}{1} = 22.18 \text{ atml} = 2247.45 \text{ J}$$

La transformación 2→3 es isobara luego la variación de trabajo es:

$$\Delta W_{23} = P_2(V_3 - V_2) = 4(2.29 - 4) = -6.84 \text{ atml} = -693.06 \text{ J}$$

Y por último, la etapa 3→1 es adiabática luego:

$$\Delta W_{31} = \frac{P_3 V_3 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{4 \cdot 2.29 - 16 \cdot 1}{1.67 - 1} = -10.208 \text{ atml} = -1034.42 \text{ J}$$

Por tanto la variación de trabajo en el ciclo es:

$$\Delta W = \Delta W_{12} + \Delta W_{23} + \Delta W_{31} = 2247.45 - 693.06 - 1034.42 = 519.97 \text{ J}$$

$$\underline{\Delta W = 519.97 \text{ J}}$$

d) El rendimiento es el cociente entre el trabajo realizado por el ciclo y el calor absorbido (calores con signo positivo). El trabajo realizado por el ciclo ya está determinado en el apartado anterior. En cuanto al calor, para determinarlo en cada etapa podemos aplicar el primer principio:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \Rightarrow \Delta Q = \Delta W + \Delta U$$

La transformación 1→2 es isoterma luego en ella la variación de energía interna es nula. Como la variación de trabajo es positiva, en esta etapa sí tenemos calor absorbido, que será:

$$\Delta Q_{12} = \Delta W_{12} + \Delta U_{12} = 2247.45 \text{ J}$$

En la transformación 2→3 tanto la variación de energía interna como la de trabajo son negativas, luego en esta etapa el calor es cedido por el ciclo. Por último, la transformación 3→1 es adiabática luego en ella la variación de calor es nula. Así pues, el rendimiento del ciclo es:

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q_{\text{abs}}} = \frac{\Delta W}{\Delta Q_{12}} = \frac{519.97}{2247.45} = 0.231 = 23.1\%$$

$$\underline{\eta=23.1\%}$$