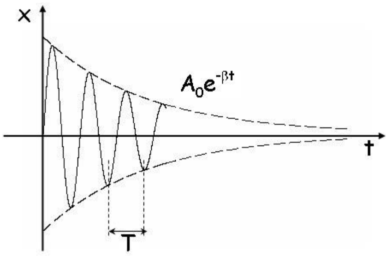
a) En el movimiento amortiguado tenemos que resolver la ecuación diferencial:

$$m\ddot{x}+\gamma\dot{x}+kx=0 \Rightarrow \ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2x=0$$

La solución de esta ecuación diferencial depende del valor de $\beta(\gamma)$ frente a ω_0, y tenemos tres casos:

- $\beta<\omega_0 \Rightarrow$ amortiguamiento débil
- $\beta=\omega_0 \Rightarrow$ amortiguamiento crítico
- $\beta>\omega_0 \Rightarrow$ amortiguamiento supercrítico

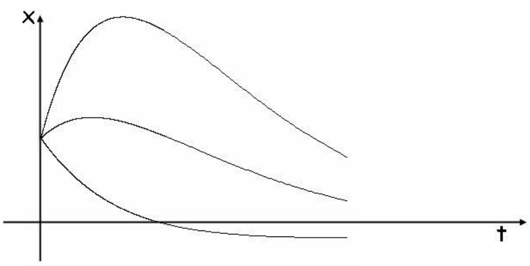
Vamos a ver en qué consiste cada uno de ellos.



En el amortiguamiento débil ($\beta<\omega_0$) la solución de la ecuación diferencial es:

$$x=A_0e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega' t+\varphi)$$

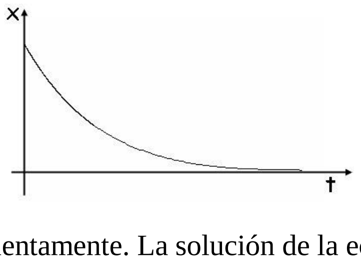
siendo $\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$. En este caso la amplitud no es constante (por tanto, no es un movimiento armónico simple) sino que decrece exponencialmente con el tiempo. El movimiento no es estrictamente periódico, aunque se puede considerar $T=\frac{2\pi}{\omega'}$. Matemáticamente la amplitud se hace cero en el infinito, pero en la realidad se observa que el sistema llega a perder toda la energía y se para.



En el amortiguamiento crítico ($\beta=\omega_0$) podemos ver que $\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=0$ y no está definida la frecuencia. De hecho, la solución no es oscilatoria, sino que es:

$$x(t)=(A_0+A_1t)e^{-\beta t}$$

donde A_0 y A_1 son dos constantes que dependen de las condiciones iniciales. El sistema efectúa una única oscilación y vuelve lentamente a la posición de equilibrio, por lo que son sistemas de especial interés en el diseño de mecanismos destinados a evitar vibraciones, como los amortiguadores de los coches.



En el amortiguamiento supercrítico o sobreamortiguado ($\beta>\omega_0$) tendremos que la frecuencia $\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ es imaginaria, y la solución no viene dada por funciones sinusoidales sino por funciones hiperbólicas que son en esencia exponenciales. El sistema en este caso no efectúa ninguna oscilación y al separarlo de la posición de equilibrio simplemente retorna a ella lentamente. La solución de la ecuación en este caso es:

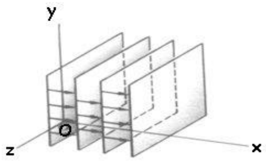
$$x(t)=A_1e^{-\omega_1 t}+A_2e^{-\omega_2 t}$$

siendo A_1 y A_2 constantes de integración que dependen de las condiciones iniciales, y:

$$\omega_1=\beta+\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$$

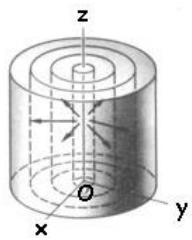
$$\omega_2=\beta-\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$$

b) Se entiende por onda a la propagación de una perturbación de alguna propiedad de un medio, por ejemplo, densidad, presión, campo eléctrico o campo magnético, a través de dicho medio, implicando un transporte de energía sin transporte de materia. El medio perturbado puede ser de naturaleza diversa, como aire, agua, un trozo de metal, e incluso inmaterial como el vacío.

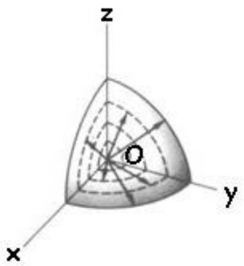


Una noción importante en el concepto de ondas es el denominado frente de ondas, entendiéndose por tal todos los puntos del medio material que tienen el mismo estado de deformación en un instante dado.

Si el frente de ondas viene dado por planos perpendiculares a un eje, a esta onda la denominamos onda plana. Los frentes de ondas son planos de sección S constante.



En el caso de ondas cilíndricas los frentes de onda son cilindros coaxiales paralelos a una línea dada. La onda se propaga en todas las direcciones perpendiculares a dicha línea. Este tipo de ondas se generaría en un medio isótropo y homogéneo que contuviera muchas fuentes colocadas en una cierta línea.



Por último, en las ondas esféricas los frentes de onda son esferas concéntricas. La onda se propaga en todas las direcciones del espacio. Este tipo de onda se generaría en un medio isótropo y homogéneo cuando hay una perturbación puntual.