

a) Se define el trabajo elemental de una fuerza sobre una partícula como:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Se trata del producto escalar de los vectores \mathbf{F} y $d\mathbf{r}$, de forma que el trabajo es una magnitud escalar. Así, tenemos que:

$$dW = F ds \cos \theta = F_t ds$$

siendo F_t la componente tangencial de la fuerza.



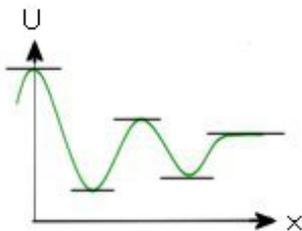
El trabajo de una fuerza para llevar una partícula de una posición A a una posición B será entonces:

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F_t ds$$

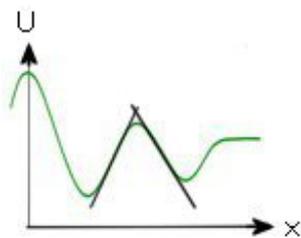
b) Si existe la función energía potencial, el campo de fuerzas es conservativo, y se tiene que:

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

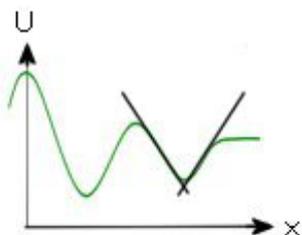
Geoméricamente, la derivada es la pendiente de la tangente, de modo que la fuerza es la pendiente de la tangente a la curva cambiada de signo. Así, tendremos que cuando la pendiente de la tangente a la curva es positiva, la fuerza es negativa, y cuando la pendiente de la tangente a la curva es negativa, la fuerza es positiva.



La partícula está en equilibrio si $F=0$. Si la pendiente de la curva es nula, es porque la tangente a la curva es horizontal, lo cual ocurre en los máximos y mínimos de la curva de potencial o en las zonas en que la curva de potencial es horizontal. Vamos a ver cómo es el equilibrio en cada caso.



Comencemos por ver lo que ocurre en los máximos de la curva. Si desplazamos la partícula ligeramente hacia la izquierda de la posición de equilibrio la pendiente de la tangente es positiva, de modo que aparece una fuerza negativa, en el mismo sentido que el desplazamiento, que hace alejarse a la partícula de la posición de equilibrio. Si desplazamos la partícula de la posición de equilibrio hacia la derecha, vemos que la pendiente de la tangente es negativa, es decir, aparece una fuerza positiva en el mismo sentido que el desplazamiento que hace alejarse a la partícula de la posición de equilibrio. Vemos que por tanto en cuanto desplazemos la partícula de la posición de equilibrio aparece una fuerza que aleja a la partícula de la posición de equilibrio: el equilibrio es inestable.



Razonamiento análogo obtenemos en los mínimos de la curva pero al contrario. Si desplazamos la partícula ligeramente hacia la izquierda de la posición de equilibrio la pendiente de la tangente es negativa, de modo que aparece una fuerza positiva, en

sentido contrario al desplazamiento, que devuelve a la partícula a la posición de equilibrio. Si desplazamos la partícula de la posición de equilibrio hacia la derecha, vemos que la pendiente de la tangente es positiva, es decir, aparece una fuerza negativa en sentido contrario al desplazamiento que devuelve a la partícula a la posición de equilibrio. Vemos que por tanto en cuanto desplazamos la partícula de la posición de equilibrio aparece una fuerza de sentido contrario al desplazamiento que devuelve a la partícula a la posición de equilibrio: el equilibrio es estable.