a) Para una masa unida a un resorte, la energía potencial elástica es:

$$U(x)=\frac{1}{2}kx^2$$

siendo x la elongación del resorte. Dicha energía potencial elástica es el trabajo que realiza la fuerza elástica cambiado de signo. Para un muelle la fuerza elástica es:

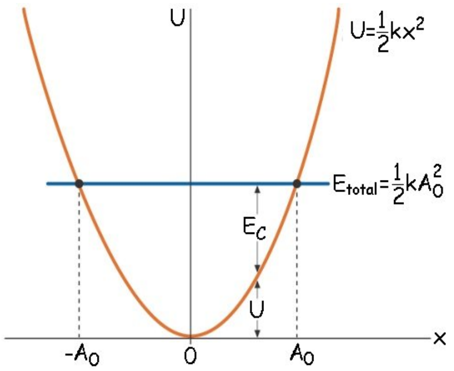
$$F=-kx$$

El trabajo en un desplazamiento finito, de A ($x=x_A$) a B ($x=x_B$), será:

$$W_{AB}=\int_{x_A}^{x_B} F dx=\int_{x_A}^{x_B} -kxdx=-k\int_{x_A}^{x_B} xdx=-k\left.\frac{x^2}{2}\right]_{x_A}^{x_B}=-\frac{kx_B^2}{2}+\frac{kx_A^2}{2}=$$

$$=-\left(\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_B^2\right)=-\Delta U(x)$$

La representación de la función energía potencial nos da una parábola centrada, ya que es una función de x^2.



b) Sobre dicha gráfica, la energía total vendrá representada por una horizontal (azul), ya que es constante. Dicha energía será suma de la potencial ($U=E_p$) más la cinética:

$$E_{Total}=E_C+U$$

Podemos ver por tanto que en cada posición, la distancia hasta la curva de potencial representa la energía potencial y de ahí a la energía total tendremos la cinética. La energía cinética es siempre una cantidad positiva, por lo que tendremos que:

$$E_C>0 \Rightarrow E_{Total}=E_C+U \Rightarrow E_C=E_{Total}+U \Rightarrow E_{Total}+U>0 \Rightarrow E_{Total}>U$$

La energía total tiene que ser siempre mayor que la potencial, de modo que sólo está permitido el movimiento dentro del llamado pozo de potencial, es decir aquellos puntos donde $E_{Total} > U$. Esta zona está acotada por los puntos de la gráfica donde se cortan la energía mecánica total y la función energía potencial (puntos $x=-A_0$ y $x=A_0$). Para valores de x menores que $-A_0$ y mayores que A_0 la energía potencial es mayor que la energía mecánica total, por lo que se dice que existe una barrera de potencial, lo que impide el movimiento en dichas regiones. En los puntos donde se cortan la energía mecánica total y la función energía potencial la energía total y la potencial coinciden, lo que implica que la energía cinética es nula. En dichos puntos la partícula se detiene instantáneamente y sólo puede invertir el sentido del movimiento, por lo que se denominan puntos de retorno.

c) Veamos cómo es el movimiento de la partícula. Consideremos que la partícula parte del punto de retorno de la izquierda ($x=-A_o$) con velocidad nula. Al moverse hacia la derecha (no puede moverse hacia la izquierda) vemos que disminuye la energía potencial, aumentándo la cinética (recuérdese que la suma debe ser constante), y por tanto la partícula acelera, hasta pasar por el origen de coordenadas con la máxima velocidad (mínima energía potencial). A partir de este punto la energía potencial comienza a aumentar, disminuyéndo la energía cinética y la velocidad, hasta llegar al punto de retorno de la derecha ($x=A_o$), donde toda la energía es potencial y por tanto la cinética es nula. La partícula se detiene momentáneamente, y sólo puede invertir el sentido del movimiento, repitiéndose el razonamiento. De esta forma, la partícula oscila entre las posiciones extremas $-A_o$ y A_o.