

a) Se entiende por movimiento relativo el movimiento observado por diferentes observadores en sistemas de referencia diferentes. Si los observadores conocen cómo son sus movimientos respectivos, es posible compatibilizar las observaciones que hacen cada uno de ellos.

Tenemos en el gráfico dos conjuntos de ejes coordenados: el triedro XYZ de direcciones fijas y de origen en el punto fijo O y el triedro XYZ de origen en O' que se mueve de forma general respecto al triedro fijo, y que designaremos como triedro móvil. Una partícula P estará referenciada por el vector de posición \mathbf{r}_P respecto al triedro fijo, y el extremo de dicho vector describirá en el transcurso del tiempo una curva referida a dicho triedro llamada trayectoria absoluta. Si referimos la posición de la partícula P al sistema de referencia móvil su vector de posición será el $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, cuyo extremo describirá en el transcurso del tiempo una curva referida al triedro móvil, llamada trayectoria relativa. Por último, si la partícula P estuviese en reposo en el sistema móvil, entonces, respecto al sistema fijo dicha partícula describiría una cierta trayectoria que llamaremos trayectoria de arrastre. La posición absoluta de la partícula puede expresarse como:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{O'} + \mathbf{r}$$

donde \mathbf{r}_P representa la trayectoria absoluta, $\mathbf{r}_{O'}$ la de arrastre y \mathbf{r} la relativa.

b) Tenemos entonces los siguientes términos:

- $\mathbf{a}_{O'}$ → aceleración del origen móvil respecto del fijo (arrastre de traslación)
- $\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}$ → aceleración tangencial (arrastre de rotación)
- $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ → aceleración normal o centrípeta (arrastre de rotación)
- $2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{rel}$ → aceleración complementaria o de Coriolis
- \mathbf{a}_{rel} → aceleración de la particular respecto del sistema móvil

Para una partícula que se encuentre en reposo en el sistema móvil, al ser $\mathbf{a}_{rel} = 0$ y $\mathbf{v}_{rel} = 0$ la aceleración que tendrá respecto del sistema fijo será la aceleración de arrastre:

$$\mathbf{a}_{arrastre} = \mathbf{a}_{O'} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

Entonces, podemos expresar la aceleración de la partícula respecto al sistema fijo en la forma:

$$\mathbf{a}_P = \mathbf{a}_{O'} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \mathbf{a}_{rel} = \mathbf{a}_{arrastre} + \mathbf{a}_{Coriolis} + \mathbf{a}_{rel}$$

Esta ecuación recuerda a la de la velocidad, pero ahora hemos tenido que añadir un tercer término en el segundo miembro, que es la aceleración complementaria o de Coriolis. Esta aceleración siempre es perpendicular al eje instantáneo de rotación y se anulará en los siguientes casos:

- ✓ Si $\boldsymbol{\omega} = 0 \Rightarrow$ arrastre de traslación pura.
- ✓ Si $\mathbf{v}_{rel} = 0 \Rightarrow$ la partícula está en reposo respecto del sistema móvil.
- ✓ Si $\boldsymbol{\omega}$ y \mathbf{v}_{rel} son paralelos \Rightarrow la partícula se mueve paralelamente al eje de rotación.

Por último, podemos ver que si el sistema móvil tiene una traslación pura respecto del fijo, entonces $\boldsymbol{\omega} = 0 \Rightarrow \mathbf{a}_{tangencial} = 0 \Rightarrow \mathbf{a}_{normal} = 0$ y $\mathbf{a}_{Coriolis} = 0$, de modo que:

$$\mathbf{a}_P = \mathbf{a}_{O'} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \mathbf{a}_{rel} = \mathbf{a}_{O'} + \mathbf{a}_{rel}$$

Y si además la traslación es uniforme, tendremos que $\mathbf{a}_{O'} = 0$ y nos queda:

$$\mathbf{a}_P = \mathbf{a}_{O'} + \mathbf{a}_{rel} = \mathbf{a}_{rel}$$

de modo que coinciden las aceleraciones absolutas y relativas.