



a) En las situaciones reales los cuerpos se deforman, por poco que sea. El contacto no se realiza entonces a lo largo de una generatriz, sino a lo largo de una estrecha banda, como se muestra en la figura. Ello da lugar a que aparezcan reacciones en los apoyos, reacciones que dan lugar a un par que se opone a la rodadura.

Con la finalidad de simplificar el problema, podemos imaginar que en cada momento el cilindro o rueda debe pivotar sobre la generatriz que pasa por P' para poder rodar superando el pequeño obstáculo que se opone a ello. Esto equivale a considerar desplazada la línea de acción de la reacción normal N una distancia que designaremos por d. Las ecuaciones de la dinámica serán entonces:

$$\begin{aligned}\Sigma F_X &= m(a_{CM})_X \Rightarrow F - F_r = ma_{CM} \\ \Sigma F_Y &= m(a_{CM})_Y \Rightarrow N - mg = 0 \\ \Sigma M_{CM} &= I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r h - Nd = I_{CM}\alpha\end{aligned}$$

Tendremos además la condición de rodadura, que implicará que:

$$\begin{aligned}a_o &= a_{CM} = \alpha r \\ F_r &\leq \mu_c N\end{aligned}$$

En esta situación tendremos que si la rueda se mueve con velocidad constante:

$$v_{CM} = \text{cte} \Rightarrow a_{CM} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

Así, nos quedan las ecuaciones:

$$\begin{aligned}\Sigma F_X &= m(a_{CM})_X \Rightarrow F - F_r = 0 \Rightarrow F = F_r \\ \Sigma F_Y &= m(a_{CM})_Y \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg \\ \Sigma M_{CM} &= I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r h - Nd = 0\end{aligned}$$

Ahora como tenemos dos momentos opuestos, se pueden compensar, y la suma de los momentos puede ser nula sin que tenga que ser nula la fuerza de rozamiento. Tendremos entonces que de la ecuación de momentos:

$$F_r h - Nd = 0 \Rightarrow F_r = \frac{d}{h} N$$

Y de lo que tenemos de las de fuerzas:

$$F = F_r = \frac{d}{h} N = \frac{d}{h} mg \approx \frac{d}{r} mg$$

Al cociente entre el valor de d y el radio de la rueda se le conoce como coeficiente de fricción por rodadura μ_{rod} .

b) Notemos las dos condiciones que tenemos, deslizamiento y rodadura, con velocidad constante. Si la rueda desliza, la fuerza de rozamiento adquiere su valor cinético:

$$F = F_r = \mu_c N = \mu_c mg$$

Mientras que si rueda:

$$F = F_r = \frac{d}{r} mg = \mu_{rod} mg$$

El rozamiento por rodadura es mucho menor que el rozamiento por deslizamiento, de modo que en principio es ventajoso que el sistema ruede a que deslice.

