

a) Se entiende por movimiento relativo el movimiento observado por diferentes observadores en sistemas de referencia diferentes. Si los observadores conocen cómo son sus movimientos respectivos, es posible compatibilizar las observaciones que hacen cada uno de ellos.

Tenemos en el gráfico dos conjuntos de ejes coordenados: el triedro XYZ de direcciones fijas y de origen en el punto fijo O y el triedro X'Y'Z' de origen en O' que se mueve de forma general respecto al triedro fijo, y que designaremos como triedro móvil. Una partícula P estará referenciada por el vector de posición  $\mathbf{r}_P$  respecto al triedro fijo, y el extremo de dicho vector describirá en el transcurso del tiempo una curva referida a dicho triedro llamada trayectoria absoluta. Si referimos la posición de la partícula P al sistema de referencia móvil su vector de posición será el  $\mathbf{r}'=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ , cuyo extremo describirá en el transcurso del tiempo una curva referida al triedro móvil, llamada trayectoria relativa. Por último, si la partícula P estuviese en reposo en el sistema móvil, entonces, respecto al sistema fijo dicha partícula describiría una cierta trayectoria que llamaremos trayectoria de arrastre. La posición absoluta de la partícula puede expresarse como:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{O'} + \mathbf{r}'$$

donde  $\mathbf{r}_P$  representa la trayectoria absoluta,  $\mathbf{r}_{O'}$  la de arrastre y  $\mathbf{r}'$  la relativa.

b) La velocidad absoluta es:

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_{O'} + \mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$$

Dichos términos aparecen de derivar la expresión del vector de posición respecto del tiempo:

$$\mathbf{v}_P = \frac{d\mathbf{r}_P}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{O'} + \mathbf{r}') = \frac{d\mathbf{r}_{O'}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}'}{dt}$$

El primer término,  $\frac{d\mathbf{r}_{O'}}{dt}$ , representa la velocidad del origen fijo respecto del móvil, y sería  $\mathbf{v}_{O'}$ , que es lo que se denomina velocidad de arrastre de traslación.

Al derivar el segundo término,  $\frac{d\mathbf{r}'}{dt}$ , hay que tener en cuenta que el sistema móvil puede rotar, de modo que los vectores unitarios  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  y  $\mathbf{k}$  aunque no varían en módulo sí lo hacen en dirección y sentido si hubiera rotación. Así pues, la derivada de ese término da lugar a los otros dos sumandos:

$$\frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$$

El término  $\mathbf{v}_{rel}$  es la velocidad de la partícula respecto del sistema móvil, y el término  $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$  es la velocidad de arrastre debida a la rotación. Por tanto, también podríamos poner la velocidad absoluta del punto P como:

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_{O'} + \mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}' = \mathbf{v}_{O'} + \mathbf{v}_{arrastre}$$