



a) En las situaciones reales los cuerpos se deforman, por poco que sea. El contacto no se realiza entonces a lo largo de una generatriz, sino a lo largo de una estrecha banda, como se muestra en la figura. Ello da lugar a que aparezcan reacciones en los apoyos, reacciones que dan lugar a un par que se opone a la rodadura.

Con la finalidad de simplificar el problema, podemos imaginar que en cada momento el cilindro o rueda debe pivotar sobre la generatriz que pasa por P' para poder rodar superando el pequeño obstáculo que se opone a ello. Esto equivale a considerar desplazada la línea de acción de la reacción normal **N** una distancia que designaremos por **d**. Las ecuaciones de la dinámica serán entonces:

$$\Sigma F_X = m(a_{CM})_X \Rightarrow F - F_r = ma_{CM}$$

$$\Sigma F_Y = m(a_{CM})_Y \Rightarrow N - mg = 0$$

$$\Sigma M_{CM} = I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r h - Nd = I_{CM}\alpha$$

Tendremos además la condición de rodadura, que implicará que:

$$a_o = a_{CM} = \alpha r$$

$$F_r \leq \mu_e N$$

En esta situación tendremos que si la rueda se mueve con velocidad constante:

$$v_{CM} = \text{cte} \Rightarrow a_{CM} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

Así, nos quedan las ecuaciones:

$$\Sigma F_X = m(a_{CM})_X \Rightarrow F - F_r = 0 \Rightarrow F = F_r$$

$$\Sigma F_Y = m(a_{CM})_Y \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$\Sigma M_{CM} = I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r h - Nd = 0$$

Ahora como tenemos dos momentos opuestos, se pueden compensar, y la suma de los momentos puede ser nula sin que tenga que ser nula la fuerza de rozamiento. Tendremos entonces que de la ecuación de momentos:

$$F_r h - Nd = 0 \Rightarrow F_r = \frac{d}{h} N$$

Y de lo que tenemos de las de fuerzas:

$$F = F_r = \frac{d}{h} N = \frac{d}{h} mg \approx \frac{d}{r} mg$$

Al cociente entre el valor de **d** y el radio de la rueda se le conoce como coeficiente de fricción por rodadura μ_{rod} .

El valor del coeficiente de rodadura es característico de cada sistema, y depende de muchas más cosas que el coeficiente de rozamiento estático o cinético, como puede ser:

- ✓ La rigidez o dureza de la rueda y la superficie.
- ✓ El radio de la rueda (a mayor radio menor resistencia).
- ✓ El peso o carga al que se somete la rueda.
- ✓ La presión (a mayor presión menor resistencia).
- ✓ La temperatura.
- ✓ El acabado de las superficies en contacto.

b) Notemos las dos condiciones que tenemos, deslizamiento y rodadura, con velocidad constante. Si la rueda desliza, la fuerza de rozamiento adquiere su valor cinético:

$$F=F_r=\mu_c N=\mu_c mg$$

Mientras que si rueda:

$$F=F_r=\frac{d}{r} mg=\mu_{rod} mg$$

El rozamiento por rodadura es mucho menor que el rozamiento por deslizamiento, de modo que en principio es ventajoso que el sistema ruede a que deslice.