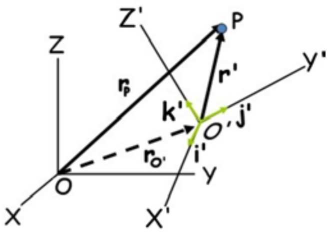
a) El movimiento de una partícula depende del sistema de referencia elegido. Así, dos observadores (sistemas de referencia diferentes) no tienen por qué observar lo mismo. Un ejemplo sencillo es el movimiento de la Luna. Para un observador situado en la Tierra, la Luna describe una órbita alrededor de ella. Sin embargo, si el observador está situado en el Sol, el movimiento de la Luna se vería muy diferente, ya que la Luna es arrastrada junto con la Tierra trasladándose también alrededor del Sol. Esto es lo que llamamos movimiento relativo, y en física es importante ya que a veces es imposible realizar las observaciones en un sistema de referencia inercial, y tenemos que trabajar en sistemas acelerados. Así, la teoría del movimiento relativo trata de compatibilizar de alguna forma las observaciones realizadas por diferentes observadores.

b)



Consideremos dos sistemas de referencia, uno fijo OXYZ (triedro fijo), y otro móvil O'X'Y'Z' (triedro móvil) cuyo movimiento es tanto de traslación como de rotación. Debemos tener cuidado al trabajar con los vectores, puesto que los versores **i'**, **j'**, **k'** del sistema de referencia móvil cambian en el tiempo, no de módulo, que es la unidad, pero sí de dirección al rotar con el sistema móvil. Una partícula P, por tanto, estará referenciada por el vector de posición $\mathbf{r_P}$ respecto del triedro fijo, y el extremo de dicho vector describirá a lo largo del tiempo una curva respecto de dicho triedro, llamada trayectoria absoluta. Las derivadas de este vector de posición $\frac{d\mathbf{r_P}}{dt}$ y $\frac{d^2\mathbf{r_P}}{dt^2}$ son la velocidad y la aceleración absolutas respectivamente.

Si referimos la posición de la partícula P al sistema de referencia móvil, el vector de posición será $\mathbf{r'}=x'\mathbf{i'}+y'\mathbf{j'}+z'\mathbf{k'}$, cuyo extremo describirá a lo largo del tiempo una curva respecto del triedro móvil, llamada trayectoria relativa. Las derivadas $\frac{d\mathbf{r'}}{dt}$ y $\frac{d^2\mathbf{r'}}{dt^2}$ son la velocidad y la aceleración relativas respectivamente.

Por último, si la partícula P estuviera en reposo en el sistema móvil, entonces, respecto al sistema fijo dicha partícula describiría una trayectoria que llamaremos trayectoria de arrastre, y que vendrá dada por el movimiento del triedro móvil respecto del fijo, es decir, por $\mathbf{r_{O'}}$. La velocidad y aceleración de dicha partícula respecto al sistema móvil son la velocidad y aceleración de arrastre respectivamente, y coinciden obviamente con la velocidad y aceleración del sistema móvil. Así, podemos ver en el gráfico que:

$$\mathbf{r_P}=\mathbf{r_{O'}}+\mathbf{r'}=\mathbf{r_{O'}}+x'\mathbf{i'}+y'\mathbf{j'}+z'\mathbf{k'}$$

Tendremos en esta ecuación:

$\mathbf{r_P} \rightarrow$ trayectoria absoluta

$\mathbf{r_{O'}} \rightarrow$ trayectoria de arrastre

$x'\mathbf{i'}+y'\mathbf{j'}+z'\mathbf{k'} \rightarrow$ trayectoria relativa

A partir de esta expresión, y por derivación, llegaremos a la ecuación de velocidades, que es:

$$\mathbf{v_P}=\mathbf{v_{O'}}+\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r'}+\mathbf{v_{rel}}$$

Donde tendremos los términos:

$\mathbf{v_P} \rightarrow$ velocidad absoluta de la partícula respecto del sistema fijo

$\mathbf{v}_{O'} \rightarrow$ velocidad del origen móvil respecto del fijo (arrastre de traslación)

$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r'} \rightarrow$ velocidad de arrastre debida a la rotación

$\mathbf{v}_{rel} \rightarrow$ velocidad relativa de la partícula respecto del sistema móvil

El término $\mathbf{v}_{O'}+\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r'}$ constituye la velocidad de arrastre total ($\mathbf{v}_{arrastre}=\mathbf{v}_{O'}+\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r'}$), y podemos escribir la velocidad en la forma:

$$\mathbf{v}_P=\mathbf{v}_{O'}+\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r'}+\mathbf{v}_{rel}=\mathbf{v}_{arrastre}+\mathbf{v}_{rel}$$