Haremos en primer lugar unos cálculos que nos servirán para los dos apartados. Trabajaremos continuamente en el sistema internacional.

Conocemos los datos iniciales, vector de posición $\mathbf{r}_o=5\mathbf{i}$ y velocidad $\mathbf{v}_o=3\mathbf{j}$ en el tiempo t=0, y además sobre la partícula de masa 2 kg actúa una fuerza constante $\mathbf{F}=4\mathbf{i}$. El movimiento de la partícula por tanto será uniformemente acelerado. Vamos a calcular la aceleración:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{4\mathbf{i}}{2}=2\mathbf{i}\ m/s^2 \quad\Rightarrow\quad \mathbf{a}=\frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad\Rightarrow\quad d\mathbf{v}=\mathbf{a}dt$$

Integrando:

$$\int_{v_0}^{v} d\mathbf{v} = \int_{t_0}^{t} \mathbf{a}dt \quad\Rightarrow\quad \mathbf{v}-\mathbf{v}_0=\mathbf{a}t$$

Por tanto la velocidad en función del tiempo es:

$$\mathbf{v}\text{-}\mathbf{v}_0=\text{at} \Rightarrow \mathbf{v}=\mathbf{v}_0+\mathbf{a}t=2t\mathbf{i}+3\mathbf{j}$$

El vector de posición lo podemos obtener también por integración:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{4\mathbf{i}}{2}=2\mathbf{i}\ m/s^2 \quad\Rightarrow\quad \mathbf{a}=\frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad\Rightarrow\quad d\mathbf{v}=\mathbf{a}dt$$

$$\mathbf{r}\text{-}\mathbf{r}_0= 3t\mathbf{j}+t^2\mathbf{i} \Rightarrow \mathbf{r}=\mathbf{r}_0+3t\mathbf{j}+t^2\mathbf{i} = (5+t^2)\mathbf{i}+3t\mathbf{j}$$

a) La cantidad de movimiento es el producto de la masa de la partícula por su velocidad:

$$\mathbf{p}=m\mathbf{v}=2(2t\mathbf{i}+\mathbf{3j})=4t\mathbf{i}+6\mathbf{j}$$

$$\underline{\mathbf{p}=4t\mathbf{i}+6\mathbf{j}\ \text{kgm/s}}$$

El momento angular es el momento de la cantidad de movimiento, es decir, el producto vectorial de r por p:

$$\mathbf{L}=\mathbf{r}\times\mathbf{p}=[(5+t^2)\mathbf{i}+3t\mathbf{j}]\times[4t\mathbf{i}+\mathbf{6j}]$$

$$\underline{L=(30\text{-}6t^2)\mathbf{k}\ \text{kgm}^2/\text{s}}$$

b) El momento de la fuerza es el producto vectorial del vector de posición por la fuerza:

$$\mathbf{M}=\mathbf{r}\times\mathbf{F}=[(5+t^2)\mathbf{i}+3t\mathbf{j}]\times[4\mathbf{i}]=\text{-}12t\mathbf{k}$$

$$\underline{\mathbf{M}=\text{-}12t\mathbf{k}\ \text{Nm}}$$

y la derivada temporal del momento angular:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\frac{d}{dt}(30-6t^2)\mathbf{k}=-12t\mathbf{k}$$

$$\underline{\frac{d\mathbf{L}}{dt}=-12t\mathbf{k}}$$

Vemos que los dos valores son iguales, ya que el momento de la fuerza es también la derivada temporal del momento angular.