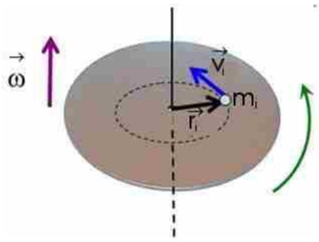


a) Vamos a evaluar el momento angular de un disco delgado (sólido rígido) girando en torno a un eje perpendicular que pasa por su centro. Para una partícula (i) de dicho disco, teniendo en cuenta que gira en torno a dicho eje con una cierta velocidad angular ω, tendremos que:

$$\mathbf{L_i}=\mathbf{r_i} \times m_i\mathbf{v_i}=\mathbf{r_i} \times m_i(\omega \times \mathbf{r_i})=m_i r_i^2\omega$$

El momento angular del sistema (S.R.) es la suma de los momentos angulares de todas las partículas. Teniendo en cuenta que la velocidad angular es la misma para todas las partículas del disco, se tiene:

$$\mathbf{L}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{L_i}=\sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2\boldsymbol{\omega}=\left(\sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2\right)\boldsymbol{\omega}=I\boldsymbol{\omega}$$

donde se define una nueva magnitud física, el momento de inercia I (con respecto al eje de rotación):

$$I=\sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

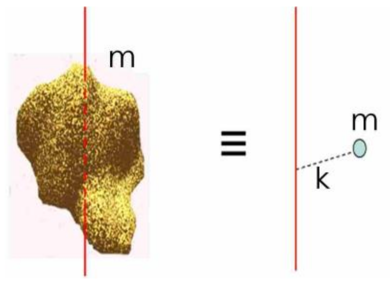
donde las distancias r_i están medidas con respecto al eje de giro.

b) Por la definición de momento de inercia se tienen las siguientes propiedades:

- Es una magnitud escalar
- Depende de la distribución de las masas
- Va a jugar el mismo papel en la rotación que la masa en el movimiento de traslación
- Depende del eje de rotación
- Sus unidades son masa por longitud al cuadrado (kg.m^2 en el SI).

c) Siempre es posible expresar el momento de inercia de un cuerpo respecto de cualquier eje de la forma:

$$I=mk^2$$



siendo k el denominado radio de giro del sólido rígido correspondiente respecto a dicho eje.

De esta forma, el radio de giro se define como la distancia desde el eje de giro a un punto donde podríamos suponer concentrada toda la masa del cuerpo, de modo que el momento de inercia respecto a dicho eje se obtenga como el producto de la masa del cuerpo por el cuadrado del radio de giro.

Conocidos I y la masa total del cuerpo, m, el radio de giro viene dado como:

$$I=mk^2 \Rightarrow k=\sqrt{\frac{I}{m}}$$