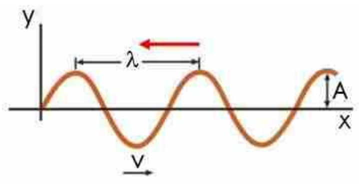
a) En general cualquier función $f(x,t)=f(x\pm vt)$ representa una perturbación que se propaga por un medio a velocidad v (onda plana). En el caso de una onda sinusoidal o armónica, escribimos:

$$y(x, t)=A\text{sen}k(x-vt)$$

Para definir la periodicidad espacial, veamos qué ocurre cuando x aumenta una cantidad $\frac{2\pi}{k}$:

$$y\left(x+\frac{2\pi}{k}, t\right)=A\text{sen}k\left(x+\frac{2\pi}{k}-vt\right)=A\text{sen}(kx+2\pi-kvt)=A\text{sen}[k(x-vt)+2\pi]=$$

$$=A\text{sen}k(x-vt)=y(x, t)$$



Vemos que al aumentar x en $\frac{2\pi}{k}$ tenemos la misma situación que en x. Esto constituye una periodicidad espacial de la función y(x, t), y esa distancia recibe el nombre de longitud de onda λ, que es por tanto la distancia entre dos puntos que tienen el mismo estado de perturbación. Así:

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}$$

Analicemos del mismo modo la dependencia temporal de la función y(x, t). Denotemos por ω, frecuencia angular de la onda, al producto de k por v:

$y(x, t)=A\text{sen}k(x-vt)=A\text{sen}(kx-kvt)=A\text{sen}(kx-\omega t)$

Veamos de modo análogo a como hemos hecho antes, qué ocurre si el tiempo aumenta una cantidad $\frac{2\pi}{\omega}$:

$$y\left(x, t+\frac{2\pi}{\omega}\right)=A\text{sen}(kx-\omega t+2\pi)=A\text{sen}(kx-\omega t)=A\text{sen}(kx-kvt)=$$

$$=A\text{sen}k(x-vt)=y(x, t)$$

Vemos que aumentar el tiempo una cantidad $\frac{2\pi}{\omega}$ supone repetir la misma situación temporal. Así, a esta cantidad le llamaremos período T (periodicidad temporal), y a su inversa le llamaremos frecuencia ν:

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$$

Como vemos, en el movimiento ondulatorio sinusoidal tenemos dos periodicidades, una temporal, dada por el período T, y otra espacial, dada por la longitud de onda λ. Podemos comprobar que ambas magnitudes están relacionadas:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{kv}=\frac{2\pi\lambda}{2\pi v}=\frac{\lambda}{v} \Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}$$

La longitud de onda es justamente la distancia que recorre la perturbación en un tiempo igual al periodo.