

Veamos en primer lugar con qué velocidad llega la partícula a la posición más baja, que es donde choca con la clavija. Llamemos 1 a la posición de partida y 2 a la posición más baja de la trayectoria. Teniendo en cuenta el principio de conservación de la energía tendremos:

$$E_{T1} = E_{T2} \Rightarrow E_{Pg1} = E_{C2} \Rightarrow mgL = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 2gL$$



A continuación la cuerda toca con la clavija y se empieza a efectuar un círculo de radio R. Obviamente el punto crítico de dicha trayectoria es el punto más alto (posición 3). En dicho punto tendremos que la condición extrema es que la tensión en la cuerda sea justamente nula (no antes, porque si no el círculo no sería completo). Haciendo el diagrama de sólido libre de la masa m en esa posición tendremos:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow mg = m \frac{v_3^2}{R} \Rightarrow v_3^2 = gR$$

Nos falta por tanto determinar la velocidad con que la masa llegaría a esa posición 3. Para ello tenemos en cuenta de nuevo el principio de conservación de la energía:

$$E_{T2} = E_{T3} \Rightarrow E_{C2} = E_{C3} + E_{Pg3} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mg2R \Rightarrow \frac{1}{2}2gL = \frac{1}{2}Rg + 2gR \Rightarrow L = \frac{5}{2}R \Rightarrow R = \frac{2}{5}L$$

$$\underline{R = \frac{2}{5}L}$$