

El movimiento parabólico se trata de una situación particular de movimiento curvilíneo en el que la aceleración es constante e igual a la de la gravedad.

El movimiento curvilíneo genérico puede ser muy complejo. Una situación sencilla de interés se da cuando la aceleración es constante. En este caso, las ecuaciones cinemáticas son:

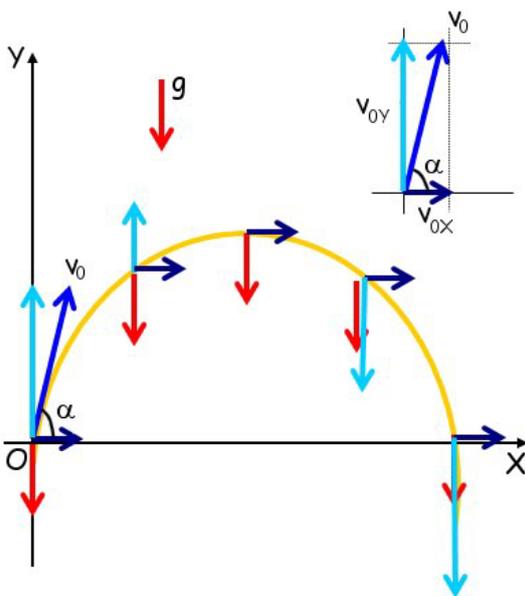
$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \text{cte}; \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Integrando:

$$\int d\mathbf{v} = \int \mathbf{a} dt = \mathbf{a} \int dt \Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$$

$$\int d\mathbf{r} = \int \mathbf{v} dt = \int (\mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t) dt = \mathbf{v}_0 \int dt + \mathbf{a} \int t dt \Rightarrow \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$$

El movimiento tiene lugar en un plano dado por los vectores  $\mathbf{v}_0$  y  $\mathbf{a}$ .



En el caso particular en el que la aceleración que actúa sobre la partícula es la de la gravedad ( $\mathbf{g}$ ) tenemos el movimiento parabólico, que es el que tiene un proyectil lanzado en la Tierra con velocidad  $v_0$  siempre que podamos despreciar el movimiento de la Tierra. En coordenadas cartesianas escribiremos:

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} = -g\mathbf{j} = \text{cte}$$

$$\mathbf{v}_0 = v_{0x}\mathbf{i} + v_{0y}\mathbf{j} = v_0 \cos\alpha \mathbf{i} + v_0 \sin\alpha \mathbf{j}$$

Así, las ecuaciones genéricas vistas antes:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$$

se expresan ahora como:

$$\mathbf{v}(t) = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} = (v_{0x} \mathbf{i} + v_{0y} \mathbf{j}) - gt \mathbf{j}$$

$$\mathbf{r}(t) = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} = (v_{0x} \mathbf{i} + v_{0y} \mathbf{j})t - \frac{1}{2} g t^2 \mathbf{j}$$

Estas son las ecuaciones vectoriales del movimiento. Separándolas en los dos ejes tendremos las ecuaciones paramétricas del movimiento, que son, para la velocidad:

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

y para la posición:

$$x = v_{0x} t$$

$$y = v_{0Y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Eliminando t de las ecuaciones paramétricas obtenemos la ecuación geométrica de la trayectoria  $y=y(x)$ :

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \operatorname{tag} \alpha$$

Obtenemos la ecuación de una parábola, de ahí el nombre de movimiento parabólico.