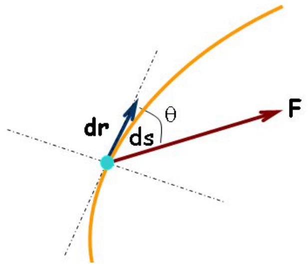
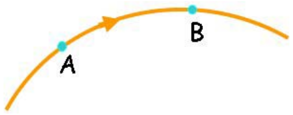


a) Sea una fuerza **F(r)** que actúa sobre una partícula y sea **dr** un desplazamiento infinitesimal de la misma. Llamamos trabajo elemental de la fuerza **F** correspondiente al desplazamiento **dr** al producto escalar de ambos vectores:

$$dW=\mathbf{F}\cdot\mathbf{dr}=F_x dx+F_y dy+F_z dz$$



Para calcular el trabajo total a lo largo de una cierta trayectoria entre dos puntos A y B tendremos:

$$W(A\to B)=\int_A^B \mathbf{F}\cdot\mathbf{dr}=\int_A^B F_t\,ds$$

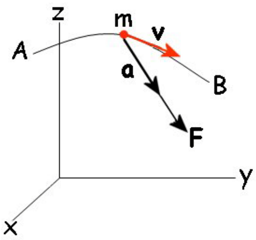
siendo F_t la componente tangencial del trabajo.

b) Notemos que:

$$dW=\mathbf{F}\cdot\mathbf{dr}=Fds\cos\theta=F_t ds$$

siendo |dr|=ds.

Así, si la fuerza **F** es perpendicular al desplazamiento **dr** el trabajo es nulo, que es lo que sucede con la normal, que es perpendicular por definición siempre al desplazamiento.



c) Como hemos dicho en el apartado a): $W(A\to B)=\int_A^B \mathbf{F}\cdot\mathbf{dr}$

Aplicando la segunda ley de Newton (**F**=m**a**):

$$W(A\to B)=\int_A^B \mathbf{F}\cdot\mathbf{dr}=\int_A^B m\mathbf{a}\cdot\mathbf{dr}=\int_A^B m\frac{d\mathbf{v}}{dt}\cdot\mathbf{dr}=\int_A^B md\mathbf{v}\cdot\frac{\mathbf{dr}}{dt}=$$

$$=m\int_A^B d\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}=m\int_A^B \mathbf{v}\cdot d\mathbf{v}=m\int_A^B \frac{1}{2}d\left(v^2\right)=\frac{1}{2}mv^2\Big|_A^B=$$

$$=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=E_{C(B)}-E_{C(A)}$$

Definimos la nueva cantidad $E_C=\frac{1}{2}mv^2$ como la energía cinética, que es la energía que posee un cuerpo en razón de su movimiento.

Tenemos entonces que:

$$W(A\to B)=E_{C(B)}-E_{C(A)}=\Delta E_C(A\to B)\ \Rightarrow W(A\to B)=\Delta E_C$$

Y así podemos enunciar el teorema del trabajo-energía cinética o de las fuerzas vivas: *“el trabajo efectuado sobre una partícula es igual a la variación que experimenta su energía cinética”*.