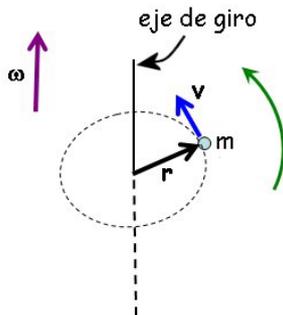


El momento angular de una partícula (P), respecto de un cierto origen O, se define como:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

siendo $\mathbf{r} = \mathbf{OP}$.

El momento angular de un sistema de partículas va a ser la suma, a todas las partículas, de los momentos angulares individuales. Veamos entonces cuál es el momento angular de un sólido rígido que gira respecto de un cierto eje fijo.

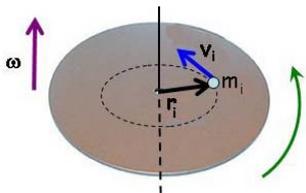


Consideremos en principio una única partícula que gira en torno a un eje. Como sabemos, se puede definir una velocidad angular ω que describa este giro y tendremos:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = \mathbf{r} \times m(\omega \times \mathbf{r}) \Rightarrow \mathbf{L} = m r^2 \omega$$

Por tanto vemos que el momento angular \mathbf{L} tiene la dirección y sentido de la velocidad angular ω .

Vamos a extender un poco este razonamiento y consideremos ahora una placa con espesor despreciable, en la que evaluaremos \mathbf{L} . En este caso, para una partícula de masa m_i , que se encontrara a una distancia r_i del eje de giro y que se moviese con velocidad v_i tendríamos:



$$\mathbf{L}_i = \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i = \mathbf{r}_i \times m_i (\omega \times \mathbf{r}_i) \Rightarrow \mathbf{L}_i = m_i r_i^2 \omega$$

Sumando para todas las partículas:

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \omega = \left(\sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \right) \omega = I \omega$$

donde hemos tenido en cuenta que la velocidad angular ω es la misma para todas las partículas.

Se define así una nueva magnitud física, el momento de inercia I con respecto a un cierto eje de rotación:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

Por la definición de momento de inercia podemos decir que es una magnitud escalar que depende de la distribución de masa y del eje de rotación. Juega un papel en rotación análogo al que juega la masa en el movimiento de traslación. Su unidad en el Sistema Internacional es el kgm^2 , y para su cálculo en un cuerpo extenso podemos tener en cuenta la definición de densidad y ponerlo como:

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV$$

siendo dV el elemento de volumen diferencial $\left(\rho = \frac{dm}{dV} \right)$.