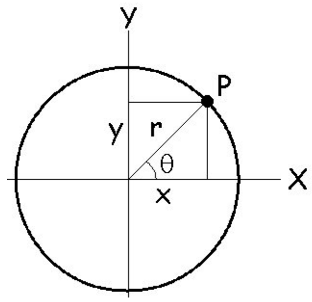


a) Tendremos lo que aparecen en la figura. Supondremos que el móvil en un instante dado forma un ángulo θ con el origen de coordenadas y se mueve en sentido antihorario. El vector de posición en cartesianas será:

$$\mathbf{R}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}=r\cos\theta\mathbf{i}+r\mathrm{sen}\theta\mathbf{j}$$

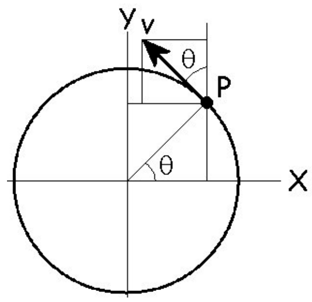
$$\underline{\mathbf{r}=r\cos\theta\mathbf{i}+r\mathrm{sen}\theta\mathbf{j}}$$

Y en modulo:

$$R=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(r\cos\theta)^2+(r\mathrm{sen}\theta)^2}=\sqrt{r^2\cos^2\theta+r^2\mathrm{sen}^2\theta}==\sqrt{r^2\left(\cos^2\theta+\mathrm{sen}^2\theta\right)}=\sqrt{r^2}=r$$

$$\underline{R=r}$$

En cuanto a la velocidad tendremos que derivar respecto del tiempo:



$$\mathbf{v}=\frac{d\mathbf{R}}{dt}=-r\frac{d\theta}{dt}\mathrm{sen}\theta\mathbf{i}+r\frac{d\theta}{dt}\cos\theta\mathbf{j}=-r\omega\mathrm{sen}\theta\mathbf{i}+r\omega\cos\theta\mathbf{j}$$

$$\underline{\mathbf{v}=-r\omega\mathrm{sen}\theta\mathbf{i}+r\omega\cos\theta\mathbf{j}}$$

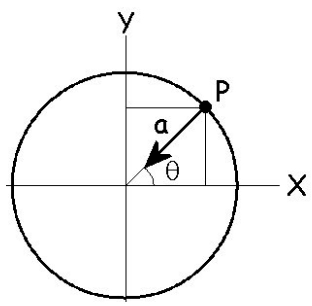
Y en modulo:

$$v=\sqrt{(-r\omega\mathrm{sen}\theta)^2+(r\omega\cos\theta)^2}==\sqrt{r^2\omega^2\mathrm{sen}^2\theta+r^2\omega^2\cos^2\theta}=\sqrt{r^2\omega^2\left(\mathrm{sen}^2\theta+\cos^2\theta\right)}=$$
$$=\sqrt{r^2\omega^2}=r\omega$$

$$\underline{v=r\omega}$$

Lo cual se corresponde perfectamente con lo esperado de un movimiento circular uniforme, la velocidad tangente a la trayectoria y sentido el de avance del móvil, y en módulo, la velocidad lineal es la angular por el radio.

Y por último para determinar la aceleración volvemos a derivar respecto del tiempo:



$$\mathbf{a}=\frac{d\mathbf{v}}{dt}=-r\omega\frac{d\theta}{dt}\cos\theta\mathbf{i}-r\omega\frac{d\theta}{dt}\mathrm{sen}\theta\mathbf{j}=-r\omega^2\cos\theta\mathbf{i}-r\omega^2\mathrm{sen}\theta\mathbf{j}$$

$$\underline{\mathbf{a}=-r\omega^2\cos\theta\mathbf{i}-r\omega^2\mathrm{sen}\theta\mathbf{j}}$$

Y en modulo:

$$a=\sqrt{\left(-r\omega^2\cos\theta\right)^2+\left(r\omega^2\text{sen}\theta\right)^2}==\sqrt{r^2\omega^4\cos^2\theta+r^2\omega^4\text{sen}^2\theta}=\sqrt{r^2\omega^4\left(\cos^2\theta+\text{sen}^2\theta\right)}=$$

$$=\sqrt{r^2\omega^4}=r\omega^2$$

$$\underline{a=r\omega^2}$$

Lo cual también se corresponde con un movimiento circular y uniforme, donde la única componente de aceleración es la normal, en la dirección del radio de curvatura y apuntando al centro de curvatura y de módulo:

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{(\omega r)^2}{r}=\omega^2 r$$

b) Ahora, en coordenadas intrínsecas la aceleración tiene dos componentes, la normal y la tangencial. La normal tiene la dirección del radio de curvatura, apunta hacia el centro de curvatura y vale:

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{(\omega r)^2}{r}=\omega^2 r$$

En cuanto a la tangencial, tiene dirección tangente a la trayectoria (coincidente con la dirección de la velocidad) y sentido el mismo que la velocidad si el móvil acelera y contrario si frena. En cuanto a su valor, nos da la variación del módulo de la velocidad en el tiempo:

$$a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(\omega r)=0$$

puesto que tanto la velocidad como el radio son constantes. Así, la aceleración en coordenadas intrínsecas vale:

$$\mathbf{a}=a_n\mathbf{e_n}+a_t\mathbf{e_t}=\omega^2 r\mathbf{e_n}$$

$$\underline{\mathbf{a}=\omega^2 r\mathbf{e_n}}$$