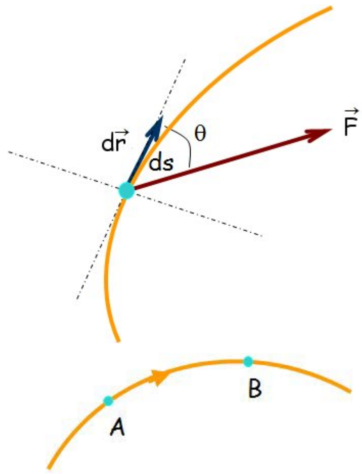

a) Trabajo

Sea una fuerza **F(r)** que actúa sobre una partícula, y sea d**r** un desplazamiento infinitesimal de la misma. Llamamos trabajo elemental de la fuerza **F** correspondiente al desplazamiento d**r** a:

$$dW=\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} \Rightarrow dW=F_x dx+F_y dy+F_z dz$$

Notemos que:

$$dF=Fds\cos\theta=F_r ds$$

De esta forma, si la fuerza es perpendicular al desplazamiento el trabajo es nulo.

Para calcular el trabajo total a lo largo de una trayectoria entre dos puntos A y B:

$$W(A \to B) = \int_A^B \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \int_A^B F_t ds$$

Energía cinética

Partiendo de la última definición del trabajo y aplicando la segunda ley de Newton (**F**=m**a**):

$$W(A \to B) = \int_A^B \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \int_A^B m\mathbf{a}\cdot d\mathbf{r} = \int_A^B m\frac{d\mathbf{v}}{dt}\cdot d\mathbf{r} = \int_A^B m\mathbf{v}\cdot d\mathbf{v} = m\int_A^B \mathbf{v}\cdot d\mathbf{v} = m\int_A^B \frac{1}{2}(d\mathbf{v})^2 =$$

$$= \frac{1}{2}mv^2\Big|_A^B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = E_{CB} - E_{CA}$$

Definimos una nueva cantidad, la energía cinética, $E_C = \frac{1}{2}mv^2$, y que es la energía que posee un cuerpo en razón de su movimiento.

Energía potencial

Existen muchas situaciones físicas en las que el trabajo efectuado sobre una partícula es independiente de la trayectoria seguida por ésta y sólo depende de las posiciones inicial y final. Ejemplos son el trabajo realizado por un muelle, el trabajo efectuado por la fuerza gravitatoria o el trabajo realizado por el peso. En todas estas situaciones el trabajo se puede poner como la diferencia una magnitud escalar U(**r**) evaluada en los puntos inicial y final . E esta maginud se la denomina energía potencial U:

$$W_{A\to B}=U(\mathbf{r_A})-U(\mathbf{r_B})=U(x_A, y_A, z_A)- U(x_B, y_B, z_B)=-\Delta U$$

Fuerzas conservativas

Se habla de fuerzas conservativas cuando el trabajo efectuado sobre la partícula es independiente de la trayectoria seguida por ésta y sólo depende de las posiciones inicial y final. En tales situaciones hemos visto que el trabajo se puede obtener a partir de una función escalar denominada energía potencial. Así, para una fuerza conservativa si la trayectoria es cerrada:

$$W(\text{trayectoria cerrada}) = \oint \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = 0$$

Inversamente se puede afirmar que si el trabajo en una trayectira cerrada es cero, la fuerza es conservativa:

$$\oint \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{F} = \text{conservativa}$$

Obviamente, será condición necesaria para que una fuerza sea conservativa que sólo dependa de la posición de su punto de aplicación y no de la distancia recorrida.

b) Hemos definido ya en el apartado a) la energía cinética, llegando a:

$$W=E_{Cfinal}-E_{Cinicial}=\Delta E_C$$

Consideremos una situación en la que tengamos una masa sometida sólo a fuerzas conservativas. En esta situación, los trabajos se pueden expresar en términos de una energía potencial U:

$$W=-\Delta U$$

Tendremos entonces:

$$\left.\begin{array}{l} W=-\Delta U \\ W=\Delta E_C \end{array}\right\} \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow \Delta\left(E_C+U\right)=0 \Rightarrow E_C+U=\mathrm{cte} \Rightarrow E_{\mathrm{mecánica}}=\mathrm{cte}$$

Principio de conservación de la energía: cuando las fuerzas que actúan sobre una partícula son todas conservativas, la energía mecánica total de la partícula permanece constante en el transcurso del movimiento.