En primer lugar vamos a describir el tipo de movimiento.

Durante los 5 primeros segundos tendremos movimiento acelerado, creciendo la velocidad linealmente con el tiempo. Después, en los 10 s siguientes (de 5 s a 15 s), el movimiento es uniforme, de modo que la velocidad es constante. En los 10 segundos siguientes (de 15 s a 25 s), el móvil tiene aceleración negativa (en sentido opuesto a su movimiento inicial); de estos 10 s en los que el movimiento tiene aceleración negativa, durante los 5 primeros (de 15 a 20) el módulo de la velocidad va disminuyendo hasta anularse en t=20 s, en ese instante el movimiento cambia de sentido y durante los 5 s siguientes (de 20 s a 25 s) aumenta el módulo de la velocidad, acelerando el móvil hasta el valor que tenía cuando empezó a decelerar. Durante los 10 s siguientes (de 25 s a 35 s) el movimiento es uniforme (velocidad constante). Por último, desde t=35 s hasta t=40 s el móvil vuelve a decelerar hasta llegar a la situación inicial; como el desplazamiento del móvil es desde t=20 s en sentido opuesto al inicial, esta última aceleración, que es negativa respecto al desplazamiento, es igual a la aceleración inicial.

Veamos a continuación las ecuaciones del movimiento.

En los 5 primeros segundos la gráfica x-t es una parábola del tipo:

$$x=b+kt^2$$

Podemos ver que para t=0 s $\Rightarrow$ x= 0 m, y para t=5s $\Rightarrow x=\frac{0.5}{3}$ m. Con estos valores determinamos las constantes:

$$t=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow 0=b \Rightarrow x=b+kt^2=kt^2$$

$$t=5 \Rightarrow x=\frac{0.5}{3} \Rightarrow x=kt^2 \Rightarrow \frac{0.5}{3}=k\cdot 5^2 \Rightarrow k=6.67\cdot 10^{-3}\ m/s^2$$

La ecuación del movimiento uniformemente acelerado es por tanto:

$$x=kt^2=6.67\cdot 10^{-3}t^2$$

Por comparación con la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado podemos obtener la aceleración:

$$x=6.67\cdot 10^{-3}\ t^2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ a\ t^2 \Rightarrow 6.67\cdot 10^{-3}=\frac{1}{2}a \Rightarrow a=0.0133\ m/s^2$$

Por tanto desde t=0 hasta t=5 la gráfica a-t será una horizontal en ese valor.

La ecuación correspondiente a la velocidad será:

$$v=\frac{dx}{dt}=0.0133t$$

Es la ecuación de una recta que pasará por los puntos:

$$t=0 \Rightarrow v=0$$

$$t=5\ s \Rightarrow v=0.0133t=0.0133\cdot 5=0.0667\ m/s$$

Desde t=5 s hasta t=15 s la gráfica x-t es una recta del tipo:

$$x=x_0+mt$$

Dicha recta pasa por los puntos:

$$t=5\ s \Rightarrow x=\frac{0.5}{3}\ m=0.167\ m \Rightarrow 0.167=x_0+5m$$

$$t=15\ s \Rightarrow x=\frac{5}{6}\ m=0.833\ m \Rightarrow 0.833=x_0+15m$$

Restando de la segunda ecuación la primera:

$$0.833-0.167=10m \Rightarrow m=0.0667 \text{ m/s}$$

Y despejando de cualquiera de las ecuaciones:

$$0.167=x_0+5m \Rightarrow 0.167=x_0+5 \cdot 0.0667 \Rightarrow x_0=-0.166 \text{ m}$$

Por tanto con estos dos valores podemos determinar la ecuación de la recta:

$$x=x_0+mt=-0.166+0.0667t$$

En este tramo la velocidad, que es constante, será:

$$v=\frac{dx}{dt}=0.0667 \text{ m/s}$$

Por tanto en la gráfica v-t tendremos en este tramo una horizontal en ese valor. Puesto que la aceleración es nula, en la gráfica a-t tendremos una horizontal en el cero.

$$a=0$$

En los 10 s siguientes (de 15 s a 25 s) la gráfica x-t es una parábola. La ecuación que la define es del tipo:

$$x=x_1+v_1t-kt^2$$

El parámetro x_1 es el espacio en t=15 s, es decir, x_1=0.833 m. v_1 es la velocidad en t=15 s, es decir, v_1=0.0667 m/s. Y para determinar el parámetro k sabemos que desde t=15 s hasta t=20 s el espacio recorrido es $\frac{0.5}{3}=0.167$ m. Por tanto:

$$x=x_1+v_1t-kt^2 \Rightarrow 1=0.833+0.0667 \cdot 5-5^2k \Rightarrow k=6.67 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

La ecuación por tanto de la gráfica x-t en este tramo es:

$$x=x_1+v_1t-kt^2=0.833+0.0667t-6.67 \cdot 10^{-3}t^2$$

La expresión de la velocidad:

$$v=\frac{dx}{dt}=0.0667-0.0133t$$

Es la ecuación de una recta de pendiente negativa que pasa por los puntos:

$$t=15 \text{ s} \Rightarrow v=0.0667 \text{ m/s}$$

$$t=25 \text{ s} \Rightarrow v=0.0667-0.0133t=0.0667-0.0133 \cdot 10=-0.0663 \text{ m/s}$$

Y para la aceleración:

$$a=\frac{dv}{dt}=-0.0133 \text{ m/s}^2$$

Tenemos una recta en ese valor.

En los 10 s siguientes, de 25 s a 35 s, la gráfica x-t es una recta, luego tenemos movimiento rectilíneo y uniforme. La velocidad es negativa y valdrá:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{0.5}{3}-\frac{2.5}{3}}{10}=-0.0667 \text{ m/s}$$

Por tanto la gráfica v-t en este tramo será una horizontal por ese valor, y la gráfica a-t será una horizontal en el cero, ya que la aceleración será nula.

En los 5 últimos segundos la gráfica x-t es una parábola del tipo:

$$x=x_2+v_1t+kt^2$$

El espacio inicial x_2 será la posición en t=35 s, es decir, $x_2 = \frac{0.5}{3} = 0.167\ \text{m}$. La velocidad inicial v_1 es la velocidad en ese instante, es decir, v_1=-0.0667 m/s. Y para la constante k sabemos que en estos 5 s el espacio recorrido son 0.167 m, luego:

$$x=x_2+v_1t+kt^2 \Rightarrow 0=0.167-0.0667 \cdot 5+k \cdot 5^2 \Rightarrow k=6.67 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}^2$$

La ecuación x-t en este último tramo es:

$$x=x_2+v_1t+kt^2=0.167-0.0667t+6.67 \cdot 10^{-3}t^2$$

La expresión para la velocidad será:

$$v = \frac{dx}{dt} = -0.0667 + 0.0133t$$

Es la ecuación de una recta de pendiente positiva que pasa por los puntos:

$$t=35\ \text{s} \Rightarrow v=-0.0667\ \text{m/s}$$

$$t=40\ \text{s} \Rightarrow v=-0.0667+0.0133t=-0.0667+0.0133 \cdot 5=0$$

Y la aceleración será:

$$a = \frac{dv}{dt} = 0.0133\ \text{m/s}$$

Su representación gráfica será una recta horizontal en dicho valor. Tendremos por tanto las dos gráficas que se muestran a continuación.