

c) Si aislamos la masa puntual del péndulo y hacemos el diagrama de sólido libre tenemos lo que aparece en la figura. Tomamos los ejes de coordenadas en el plano del movimiento con centro en la masa, el eje Y en la dirección del hilo que sujeta la masa al techo del ascensor y el eje X perpendicular al anterior. Aplicamos la segunda ley de Newton y respecto a dichos ejes tenemos:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= ma_y \Rightarrow T - mg \cos \theta = ma_y \\ \Sigma F_x &= m a_x \Rightarrow mg \sin \theta = ma_x\end{aligned}$$

Cuando el ascensor está en reposo o se mueve con velocidad constante a_x es la componente tangencial de la aceleración en su movimiento circular de radio l (longitud del hilo). Así pues:

$$a_x = l \frac{d^2 \theta}{dt^2} = l \ddot{\theta} \Rightarrow mg \sin \theta = ma_x \Rightarrow mg \sin \theta = ml \ddot{\theta} \Rightarrow g \sin \theta = \ddot{\theta}$$

Para ángulos pequeños (pequeñas oscilaciones) podemos aproximar el valor del seno al del ángulo:

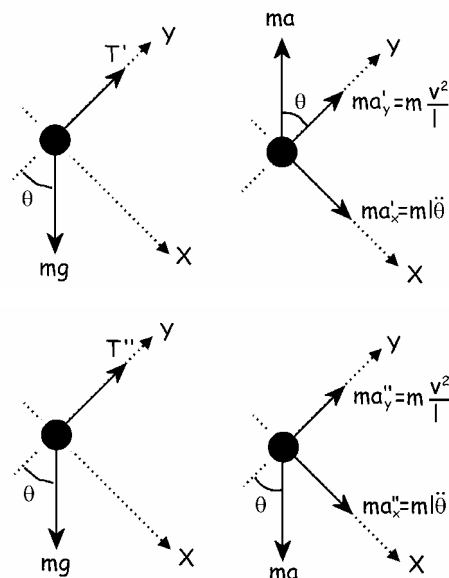
$$g \sin \theta = \ddot{\theta} \Rightarrow g \theta = \ddot{\theta} \Rightarrow \frac{g}{l} \theta = \ddot{\theta}$$

Ecuación de un movimiento armónico simple cuyo periodo es:

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Por tanto, cuando el ascensor se mueve con velocidad constante el período del péndulo no varía.

a, b) Si el ascensor acelera con una aceleración a , la aceleración de la masa del péndulo será la suma vectorial de la aceleración del ascensor más la aceleración de la masa en su movimiento relativo al ascensor, que es un movimiento circular de radio l . La ecuación en la dirección del eje X quedará:



$$\Sigma F_x = ma_{mx}$$

Si el ascensor sube acelerando:
 $mg \sin \theta = -m a \sin \theta + ml \ddot{\theta} \Rightarrow m(g + a) \sin \theta = ml \ddot{\theta}$

Si baja acelerando:
 $mg \sin \theta = m a \sin \theta + ml \ddot{\theta} \Rightarrow m(g - a) \sin \theta = ml \ddot{\theta}$

Haciendo las consideraciones iniciales tenemos que los valores de los periodos de oscilación cuando el ascensor sube o baja acelerando son respectivamente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \quad \text{y} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

Por lo tanto cuando el ascensor sube acelerando el periodo de oscilación del péndulo disminuye y cuando baja acelerando aumenta.

d) Si se rompe el cable del ascensor, éste bajaría acelerando con la aceleración de la gravedad y tendríamos entonces, sustituyendo en la segunda expresión del período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-g}}$$

El periodo sería infinito.