La ecuación de onda es:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Veamos que la ecuación que nos da el enunciado satisface esta expresión. La derivada segunda de la función respecto de x será:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = Ak\cos(kx)\cos(\omega t) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -Ak^2 sen(kx)\cos(\omega t)$$

Y la derivada segunda de la función respecto del tiempo:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega sen(kx) sen(\omega t) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2 sen(kx)\cos(\omega t)$$

Veamos que se verifica la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow -Ak^2 sen(kx)\cos(\omega t) = -\frac{1}{v^2}A\omega^2 sen(kx)\cos(\omega t) \Rightarrow k^2 = \frac{1}{v^2}\omega^2$$

Si tenemos en cuenta que:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{\omega}{v}$$

Podemos escribir:

$$k^2 = \frac{1}{v^2}\omega^2 \Rightarrow \frac{\omega^2}{v^2} = \frac{\omega^2}{v^2}$$

Por tanto efectivamente la expresión dada en el enunciado satisface la ecuación de onda.