

Puesto que se producen ondas estacionarias en una cuerda tensa, tendremos que para el modo fundamental:

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu} = \frac{1}{2\nu} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Tenemos por tanto dos factores que influyen en la frecuencia de la cuerda, por un lado su longitud, y por otro la tensión a que está sometida (al no cambiar la cuerda la densidad lineal  $\mu$  de la misma no cambia). Tendremos por tanto dos opciones. En primer lugar podemos variar la longitud de la cuerda, presionando con el dedo en los trastes. La longitud necesaria para aumentar el tono una octava, es decir, doblar la frecuencia, será:

$$v' = 2v \Rightarrow \frac{1}{2l'} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 2 \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \frac{1}{l'} = \frac{2}{l} \Rightarrow l' = \frac{l}{2}$$

Por tanto para aumentar el tono una octava tenemos que reducir la longitud de la cuerda a la mitad, es decir, presionar el dedo justo en el centro del mástil.

También podemos variar la tensión en la cuerda girando las clavijas del violín, sin variar la longitud de la cuerda. En este caso tendríamos:

$$v' = 2v \Rightarrow \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T'}{\mu}} = 2 \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \sqrt{T'} = 2\sqrt{T} \Rightarrow T' = 4T$$

Habría que girar la clavija hasta multiplicar por 4 la tensión en la cuerda.

Del mismo modo podemos hacer cuando deseamos aumentar el tono 2 octavas, en cuyo caso, tendremos que multiplicar a la frecuencia por 4. Así pues, si variamos la longitud de la cuerda:

$$v' = 4v \Rightarrow \frac{1}{2l'} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 4 \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \frac{1}{l'} = \frac{4}{l} \Rightarrow l' = \frac{l}{4}$$

Habría que reducir la longitud de la cuerda a la cuarta parte.

Si variamos la tensión en la cuerda:

$$v' = 4v \Rightarrow \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T'}{\mu}} = 4 \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \sqrt{T'} = 4\sqrt{T} \Rightarrow T' = 16T$$

Tendremos que multiplicar la tensión en la cuerda por 16.