a) Para la vibración fundamental de una cuerda de violín tendremos:

$$l_v = \frac{\lambda}{2} = \frac{v_v}{2\nu_v} \Rightarrow \nu_v = \frac{v_v}{2l_v}$$

Y para el primer armónico de una cuerda de guitarra:

$$l_g = \frac{2\lambda}{2} = \frac{v_g}{\nu_g} \Rightarrow \nu_g = \frac{v_g}{l_g}$$

Como las cuerdas son del mismo material y están sometidas a la misma tensión, la velocidad del sonido en ellas será igual:

$$v_v = v_g = v \Rightarrow \nu_v = \frac{v}{2l_v}; \nu_g = \frac{v}{l_g}$$

La relación entre estas frecuencias será:

$$\frac{\nu_v}{\nu_g} = \frac{\cancel{v}/2l_v}{\cancel{v}/l_g} = \frac{l_g}{2l_v} = \frac{60}{2\cdot 20} = 1.5$$

Esta relación de frecuencias es la misma que la relación de frecuencias que percibe el observador cuando el coche se acerca y cuando se aleja:

$$\frac{\nu_{acercarse}}{\nu_{alejarse}} = 1.5$$

Por efecto Doppler, tendremos que cuando el coche se acerca:

$$\nu_{acercarse} = \nu\frac{v_s - v_{O/m}}{v_s - v_{F/m}}$$

siendo v_s la velocidad del sonido en las condiciones de la experiencia, $v_{O/m}$ la velocidad del observador respecto del medio y $v_{F/m}$ la velocidad de la fuente respecto del medio. Podemos suponer que el observador y la fuente se encuentran alineados. Además, el medio se encuentra en reposo, y lo mismo ocurre con el observador. Tomando como positivo el sentido fuente-observador tendremos:

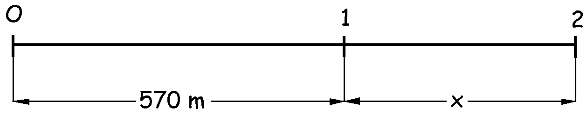
$$\nu_{acercarse} = \nu\frac{v_s - v_{O/m}}{v_s - v_{F/m}} = \nu\frac{v_s - v_O}{v_s - v_F} = \nu\frac{v_s}{v_s - v_F}$$

Lo mismo podemos aplicar cuando el coche se está alejando, donde tendremos que tener en cuenta que el signo de la velocidad de la fuente habrá cambiado:

$$\nu_{alejarse} = \nu\frac{v_s - v_{O/m}}{v_s - v_{F/m}} = \nu\frac{v_s - v_O}{v_s - v_F} = \nu\frac{v_s}{v_s + v_F}$$

El cociente de frecuencias será por tanto:

$$\frac{\nu_{acercarse}}{\nu_{alejarse}}=\frac{\nu\dfrac{v_s}{v_s-v_F}}{\nu\dfrac{v_s}{v_s+v_F}}=\frac{v_s+v_F}{v_s-v_F}=1.5\Rightarrow 1.5v_s-1.5v_F=v_s+v_F\Rightarrow 0.5v_s=2.5v_F\Rightarrow v_s=5v_F$$



No conocemos ni la velocidad del sonido ni la velocidad de la fuente, que en este caso sería el coche. Sin embargo, sabemos que 10 s después de que el coche pase por delante del observador, éste escucha el sonido de un reventón ocurrido cuando el coche está a 570 m de él. Tendremos en esquema lo que aparece en la figura. El observador se encuentra en la posición O. En el punto 1, a 570 m de él se produce el reventón, y el observador lo escucha un tiempo después, de modo que cuando el observador escucha el sonido el coche ya está en la posición 2. El tiempo de 10 s correspondería por tanto al espacio desde O hasta 2. En ese tiempo el coche recorre un espacio (570+x). Teniendo en cuenta que el movimiento es uniforme:

$$t=\frac{e}{v_F}\Rightarrow 10=\frac{570+x}{v_F}$$

Además, la explosión se produce en el punto 1. Por tanto, en un tiempo que llamaremos t_1 el sonido tiene que recorrer un espacio de 570 m (desde 1 hasta O); en ese mismo tiempo el coche se traslada desde el punto 1 hasta el punto 2. Por tanto tendremos:

$$\frac{570}{v_s}=\frac{x}{v_F}\Rightarrow x=570\frac{v_F}{v_s}$$

Sustituyendo esto en la ecuación anterior:

$$10=\frac{570+x}{v_F}\Rightarrow 10=\frac{570+570\dfrac{v_F}{v_s}}{v_F}\Rightarrow 10=\frac{\dfrac{570v_s+570v_F}{v_s}}{v_F}\Rightarrow 10=\frac{570v_s+570v_F}{v_Fv_s}$$

Ahora tenemos en cuenta la ecuación que hemos obtenido a partir de la relación de frecuencias, es decir, que $v_s=5v_F$:

$$10=\frac{570v_s+570v_F}{v_Fv_s}\Rightarrow 10=\frac{570\cdot 5v_F+570v_F}{5v_F^2}\Rightarrow 10=\frac{2850+570}{5v_F}\Rightarrow 50v_F=3420$$

<u>v_F=68.4 m/s</u>

b) Para la velocidad del sonido tenemos ya:

$v_s=5v_F=5\cdot 68.4=342$ m/s

<u>v_s=342 m/s</u>

c) Al acercarse el coche la frecuencia que se oye es:

$$\nu_{acercarse} = \nu \frac{v_s}{v_s - v_F} = 200 \frac{342}{342 - 68.4} = 250\ s^{-1}$$

$\underline{\nu_{acercarse} = 250\ s^{-1}}$

Y al alejarse:

$$\nu_{alejarse} = \nu \frac{v_s}{v_s + v_F} = 200 \frac{342}{342 + 68.4} = 166.67\ s^{-1}$$

$\underline{\nu_{alejarse} = 166.67\ s^{-1}}$

d) La relación entre la velocidad y la temperatura es:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

siendo γ la constante adiabática de los gases, R la constante de los gases perfectos, T la temperatura y M la masa molecular del gas. Por tanto, para las dos temperaturas que tenemos podemos escribir:

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}; \quad v_{27} = \sqrt{\frac{\gamma RT_{27}}{M}}$$

Si dividimos miembro a miembro las dos expresiones, teniendo en cuenta que el gas no varía:

$$\frac{v_s}{v_{27}} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}{\sqrt{\frac{\gamma RT_{27}}{M}}} \Rightarrow \frac{v_s}{v_{27}} = \sqrt{\frac{T}{T_{27}}} \Rightarrow \frac{v_s^2}{v_{27}^2} = \frac{T}{T_{27}} \Rightarrow T = T_{27}\frac{v_s^2}{v_{27}^2} = (27 + 273)\frac{342^2}{340^2} = 303.54K = 30.54º$$

$\underline{T = 30.54ºC}$