a) Para que en un tubo, ya sea abierto por ambos extremos o solamente por uno, se produzcan ondas estacionarias, la longitud del tubo tiene que se un número entero de λ/4. Si ese número es par, el tubo es abierto por ambos extremos; si es impar el tubo es abierto por un solo extremo. En cualquier caso:

$$l = N\frac{\lambda}{4} = N\frac{v}{4\nu} \Rightarrow \nu = N\frac{v}{4l}$$

Para dos frecuencias sucesivas:

$$\nu_N = N\frac{v}{4l};\ \nu_{N+2} = (N+2)\frac{v}{4l}$$

donde los dos armónicos sucesivos serán N y N+2 ya que sea N un número par o impar la diferencia entre dos consecutivos serán dos unidades. Si restamos dos frecuencias sucesivas:

$$\nu_{N+2} - \nu_N = (N+2)\frac{v}{4l} - N\frac{v}{4l} = \frac{2v}{4l} = \frac{v}{2l} \Rightarrow \frac{v}{l} = 2(\nu_{N+2} - \nu_N)$$

Si sustituimos los datos que tenemos:

$$\frac{v}{l} = 2(\nu_{N+2} - \nu_N) = 2(125 - 75) = 100\ s^{-1}$$

Podemos ver que obtendríamos el mismo resultado con las otras dos frecuencias:

$$\frac{v}{l} = 2(\nu_{N+2} - \nu_N) = 2(175 - 125) = 100\ s^{-1}$$

Ahora con la ecuación correspondiente a la frecuencia, podemos obtener N, para ver si es par o impar:

$$\nu = N\frac{v}{4l} \Rightarrow N = \frac{4l\nu}{v}$$

Para una frecuencia cualquiera:

$$N_1 = \frac{4l\nu_1}{v} = \frac{4 \cdot 75}{100} = 3$$

Como N_1 es un número impar el tubo es abierto por un solo extremo:

<u>ABIERTO POR UN EXTREMO</u>

Podemos comprobar que con las otras frecuencias obtenemos los números impares siguientes:

$$N_2 = \frac{4l\nu_2}{v} = \frac{4 \cdot 125}{100} = 5$$

$$N_3 = \frac{4l\nu_3}{v} = \frac{4 \cdot 175}{100} = 7$$

b) Ya sabemos que el tubo es abierto por un extremo, luego su longitud tiene que ser igual a un número impar de $\lambda/4$. Para la frecuencia fundamental el primer número impar es el 1 luego:

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4\nu_0} \Rightarrow \nu_0 = \frac{v}{4l} = \frac{100}{4} = 25\ s^{-1}$$

$\underline{\nu_0 = 25\ s^{-1}}$

c) Si el tono fundamental es N=1, los impares 3, 5 y 7 serán el primer, segundo y tercer armónico respectivamente:

PRIMER, SEGUNDO Y TERCER ARMÓNICO

d) Tenemos que determinar la frecuencia del 10º armónico. El valor de N lo podemos expresar como:

$$N = 2n + 1$$

siendo n un número entero desde el cero (n=0, 1, 2, ...), siendo n=0 el tono fundamental, n=1 el primer armónico, n=2 el segundo armónico, y así sucesivamente. Para el décimo armónico:

$$n = 10 \Rightarrow N_{10} = 2n + 1 = 2 \cdot 10 + 1 = 21$$

La frecuencia por tanto será:

$$\nu = \nu_{10} = N_{10} \frac{v}{4l} = 21 \frac{100}{4} = 525\ s^{-1}$$

Por tanto el diapasón que lleva el estudiante emite una frecuencia de 525 s^{-1}. Tendremos a continuación un problema de efecto Doppler con reflexión. El estudiante emite 525 s^{-1} y el muro del vestíbulo percibirá una frecuencia ν'. Por efecto Doppler tendremos:

$$\nu' = \nu \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o/m}}{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{F/m}}$$

siendo v la velocidad de las ondas, $v_{o/m}$ la velocidad del observador (muro) respecto del medio y $v_{F/m}$ la velocidad de la fuente (estudiante) respecto del medio. Como no nos dicen nada supondremos que el medio está en reposo luego las velocidades absolutas son iguales a las relativas:

$$\nu' = \nu \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o/m}}{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{F/m}} = \nu \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o}}{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{F}}$$

Ahora tendremos en cuenta que el observador está en reposo, y que se considera positiva la dirección fuente-observador. Si el estudiante se acerca al muro:

$$\nu' = \nu \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o}}{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{F}} = \nu \frac{v}{v - v_e}$$

A continuación es como si el muro emitiese esa frecuencia ν' y el estudiante percibiese una nueva frecuencia ν''. Ahora la fuente es el muro, que está en reposo, y el observador es el estudiante, que se acerca al muro a velocidad v_e. Aplicando la ecuación del efecto Doppler de nuevo:

$$\nu'' = \nu' \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\mathbf{o/m}}}{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\mathbf{F/m}}} = \nu \frac{v}{v - v_e} \cdot \frac{v + v_e}{v} = \nu \frac{v + v_e}{v - v_e}$$

El estudiante escucha 4 batidos por segundo luego:

$$\nu'' - \nu = 4 \Rightarrow \nu \frac{v + v_e}{v - v_e} - \nu = 4 \Rightarrow \nu \left(\frac{v + v_e}{v - v_e} - 1 \right) = 4 \Rightarrow 525 \left(\frac{340 + v_e}{340 - v_e} - 1 \right) = 4 \Rightarrow v_e = 1.30 \text{ m/s}$$

$\underline{v_e = 1.30 \text{ m/s}}$

Vemos qué ocurre si el alumno se aleja del muro. En principio el estudiante emite una frecuencia ν y el muro percibe ν'. Tendremos las mismas ecuaciones que antes, pero cambiando el signo a la velocidad del estudiante luego:

$$\nu' = \nu \frac{v}{v + v_e}$$

Seguidamente el muro emite una frecuencia ν' y el estudiante percibe ν'':

$$\nu'' = \nu' \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\mathbf{o/m}}}{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\mathbf{F/m}}} = \nu \frac{v}{v + v_e} \cdot \frac{v - v_e}{v} = \nu \frac{v - v_e}{v + v_e}$$

Como el estudiante escucha 4 batidos por segundo:

$$\nu - \nu'' = 4 \Rightarrow \nu - \nu \frac{v - v_e}{v + v_e} = 4 \Rightarrow \nu \left(1 - \frac{v - v_e}{v + v_e} \right) = 4 \Rightarrow 525 \left(1 - \frac{340 - v_e}{340 + v_e} \right) = 4 \Rightarrow v_e = 1.30 \text{ m/s}$$

Obtenemos exactamente la misma velocidad que antes:

$\underline{v_e = 1.30 \text{ m/s}}$