a) Tendremos interferencia entre la onda que se desplaza directamente desde A hasta B (que recorre un camino $r_1$) y la que sale de A, baja hasta el pistón, rebota en él, sube de nuevo y llega hasta B (recorriendo un camino que llamaremos $r_2$). Para percibir un máximo en el punto B el desfase entre estas dos ondas tiene que ser igual a un número par de veces $\pi$:

$$\delta = P\pi$$

siendo P un número par. El desfase entre las dos ondas será debido a la diferencia de caminos recorrido y a la reflexión que se produce en el pistón, que introducirá un desfase adicional de $\pi$ radianes ya que el índice de refracción del pistón será mayor que el del aire. Así, tendremos:

$$\delta = P\pi \Rightarrow k(r_2 - r_1) + \pi = P\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (P-1)\pi$$

Obviamente cualquier número par menos la unidad será igual a un número impar (al que llamaremos I), luego podemos poner:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (P-1)\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = I\pi$$

Supongamos ahora que desplazamos hacia abajo el pistón, de modo que observamos el máximo siguiente. La condición será la misma que acabamos de demostrar, sólo que el número impar será el siguiente (I') y el camino recorrido que hemos denominado $r_2$ será mayor, y le llamaremos $r'_2$. La condición será pues:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r'_2 - r_1) = I'\pi$$

Si restamos miembro a miembro las dos expresiones:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r'_2 - r_1 - r_2 + r_1) = (l' - l)\pi$$

La diferencia entre dos números impares consecutivos es de dos unidades, luego:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r'_2 - r_1 - r_2 + r_1) = (l' - l)\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(r'_2 - r_2) = 2\pi \Rightarrow r'_2 - r_2 = \lambda$$

La diferencia entre los caminos que hemos marcado con el subíndice 2 en ambos casos será $2\Delta x$ (ya que el haz baja hasta el pistón y sube de nuevo recorriendo dos veces el mismo camino). Así pues:

$$r'_2 - r_2 = \lambda \Rightarrow 2\Delta x = \lambda \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu}$$

Únicamente nos falta conocer la velocidad de propagación de las ondas en las condiciones de la experiencia (25.5°C), teniendo en cuenta que la conocemos a 0°C. La relación entre la velocidad de propagación de las ondas y la temperatura es:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

siendo $\gamma$ la constante adiabática del gas, R la constante de los gases perfectos, T la temperatura y M el peso molecular del gas. Para la temperatura de 0°C podremos poner:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{M}}$$

Dividiendo las dos expresiones:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}{\sqrt{\frac{\gamma RT_0}{M}}} \Rightarrow v = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}} = 333\sqrt{\frac{25.5 + 273}{273}} = 348.21\,m/s$$

Por tanto tendremos:

$$\Delta x = \frac{v}{2\nu} = \frac{348.21}{2 \cdot 256} = 0.68\,m$$

$\underline{\Delta x = 0.68\ m}$

b) Hemos obtenido la condición de máximo, que era:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = l\pi$$

La diferencia de caminos recorrida ($r_2$-$r_1$) será dos veces x, ya que la onda 2 baja hasta el pistón y sube desde él (recorriendo dos veces x) a mayores sobre lo que recorre la onda 1. Nos queda entonces:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = l\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}2x = l\pi \Rightarrow x = \frac{l\lambda}{4} = \frac{lv}{4\nu}$$

Puesto que l es un número impar, el tercer número impar es el 5:

$$x = \frac{lv}{4\nu} = \frac{5 \cdot 348.21}{4 \cdot 256} = 1.70\,m$$

$\underline{x = 1.70\ m}$

c) Puesto que ahora sólo tenemos un camino (el tramo AB) ya no se produce la interferencia de los apartados anteriores, sino que tenemos un problema de ondas estacionarias. Inicialmente el tubo AB (abierto por ambos extremos) vibra con la frecuencia fundamental en resonancia con el diapasón (es decir, la frecuencia de vibración es de 256 $s^{-1}$). Podemos determinar por tanto la longitud del tubo AB, ya que para dicha frecuencia:

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu} = \frac{348.21}{2 \cdot 256} = 0.68 \text{ m}$$

Si la longitud de este tubo se aumenta en un 5% será:

$$l' = 1.05 l = 1.05 \cdot 0.68 = 0.714 \text{ m}$$

En este caso la frecuencia fundamental de vibración será $\nu'$:

$$l' = \frac{\lambda'}{2} = \frac{v}{2\nu'} \Rightarrow \nu' = \frac{v}{2l'} = \frac{348.21}{2 \cdot 0.714} = 243.84 \text{ s}^{-1}$$

Luego la frecuencia de las pulsaciones:

$$\nu_{pulsaciones} = \nu - \nu' = 256 - 243.84 = 12.16 \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{\nu_{pulsaciones} = 12.16 \text{ s}^{-1}}$$