a) Si el tubo es cerrado por un extremo se verificará que su longitud tiene que ser un número impar de $\frac{\lambda}{4}$:

$$L = I\frac{\lambda}{4} = I\frac{v}{4\nu} \Rightarrow \nu = I\frac{v}{4L}$$

Tendremos entonces que la frecuencia de resonancia siguiente se corresponderá con el impar siguiente, que se diferenciará de éste en dos unidades, es decir:

$$\nu' = (I+2)\frac{v}{4L}$$

Si restamos estas dos frecuencias:

$$\nu' - \nu = (I+2)\frac{v}{4L} - I\frac{v}{4L} = 2\frac{v}{4L} = \frac{v}{2L}$$

Si el tubo fuese abierto por ambos extremos, su longitud tendría que ser un número entero de $\frac{\lambda}{2}$:

$$L = N\frac{\lambda}{2} = N\frac{v}{2\nu} \Rightarrow \nu = N\frac{v}{2L}$$

La frecuencia de resonancia siguiente se corresponderá con el entero siguiente, que se diferenciará de éste en una unidad:

$$\nu' = (N+1)\frac{v}{2L}$$

Restando las dos frecuencias sucesivas:

$$\nu' - \nu = (N+1)\frac{v}{2L} - N\frac{v}{2L} = \frac{v}{2L}$$

Vemos por tanto que no importa el tipo de tubo, restando dos frecuencias sucesivas llegamos a la misma expresión, de modo que sin importar cómo sea el tubo podemos determinar su longitud:

$$\nu' - \nu = \frac{v}{2L} \Rightarrow 1834 - 1310 = \frac{340}{2L} \Rightarrow L = 0.3244\ \text{m}$$

Podemos ver que obtendríamos lo mismo si empleáramos dos frecuencias diferentes, siempre que fueran sucesivas:

$$\nu' - \nu = \frac{v}{2L} \Rightarrow 2358 - 1834 = \frac{340}{2L} \Rightarrow L = 0.3244\ \text{m}$$

Ahora, conocida la longitud del tubo, veamos cuál de las ecuaciones verifica. Si se trata de un tubo cerrado por un extremo:

$$\nu = I\frac{v}{4L} \Rightarrow 1310 = I\frac{340}{4\cdot 0.3244} \Rightarrow I = 5$$

$$\nu' = I'\frac{v}{4L} \Rightarrow 1834 = I'\frac{340}{4\cdot 0.3244} \Rightarrow I' = 7$$

$$\nu'' = I''\frac{v}{4L} \Rightarrow 2358 = I''\frac{340}{4\cdot 0.3244} \Rightarrow I'' = 9$$

Vemos que efectivamente con las tres frecuencias sucesivas obtenemos que corresponden a tres impares consecutivos. El tubo por tanto es cerrado por un extremo.

TUBO CERRADO POR UN EXTREMO

Podemos comprobar que no se verifica la expresión de un tubo abierto por ambos extremos, ya que si éste fuera el caso tendríamos:

$$\nu = N\frac{v}{2L} \Rightarrow 1310 = N\frac{340}{2\cdot 0.3544} \Rightarrow N = 2.5$$

Vemos que no obtenemos un entero, luego no se trata de un tubo abierto por ambos extremos.

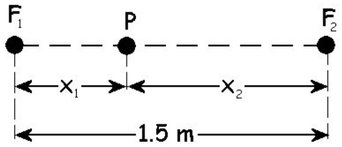
b) Sabiendo ya que tenemos un tubo cerrado por un extremo, la frecuencia fundamental será la que se corresponda con el primer impar, es decir, el uno:

$$\nu_0 = \frac{v}{4L} = \frac{340}{4\cdot 0.3244} = 262\ \text{Hz}$$

$\underline{\nu_0 = 262\ \text{Hz}}$

c) La longitud del tubo ya la hemos obtenido en el primer apartado:

$\underline{L = 0.3544\ \text{m}}$



d) Tomando como origen uno de los tubos tendremos lo que aparece en la figura, donde F_1 y F_2 son los dos focos y P el punto donde se produce la interferencia constructiva. Para que se produzca una interferencia constructiva en el punto P tiene que verificarse que el desfase entre las ondas procedentes de los dos focos tiene que ser igual a un número par de veces π:

$$\delta = P\pi \Rightarrow k(x_2 - x_1) = P\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = P\pi \Rightarrow \frac{2\nu}{v}(x_2 - x_1) = P \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{Pv}{2\nu}$$

siendo P números pares. Por otro lado:

$$x_1 + x_2 = 1.5$$

Si restamos las dos expresiones:

$$x_1 + x_2 - x_2 + x_1 = 1.5 - \frac{Pv}{2\nu} \Rightarrow 2x_1 = 1.5 - \frac{Pv}{2\nu}$$

$$x_1 = \frac{1.5}{2} - \frac{Pv}{4\nu} = 0.75 - \frac{P\cdot 340}{4\cdot 1310} = 0.75 - 0.0649P$$

siendo P números pares consecutivos y x_1 la posición del máximo. Obviamente, para P=0 tendremos un máximo, que será:

$$x_1 = 0.75 - 0.0649P = 0.75\ \text{m}$$

es decir, en el centro de la recta que une los dos focos, como cabría esperar, ya que en ese punto no hay diferencia de caminos entre las ondas que salen de los dos focos y el desfase entre ellas es nula. A partir de ahí, los máximos se distribuirán a ambos lados simétricamente, siendo la distancia entre dos máximos consecutivos la correspondiente a dos pares consecutivos (diferencia entre ellos de dos unidades):

$$\Delta x_1 = x'_1 - x_1 = 0.75 - 0.0649P - 0.75 + 0.0649(P+2) = 0.0649\cdot 2 = 0.13\ \text{m}$$

Por tanto, las posiciones de los máximos serán:

$\underline{x_1 = 0.1,\ 0.23,\ 0.36,\ 0.49,\ 0.62,\ 0.75,\ 0.88,\ 1.01,\ 1.14,\ 1.27,\ 1.4\ \text{m}}$