

a) Como la fuente y el observador se mueven, para calcular la velocidad del observador aplicamos la ecuación del efecto Doppler:

$$v_P = v_e \frac{v_S - v_O}{v_S - v_F}$$

En esta expresión todas las velocidades están medidas en la dirección y sentido Fuente-Observador. En este caso la fuente es el coche A y el observador O.

Despejando:

$$v_O = \frac{v_e v_S - v_P (v_S - v_F)}{v_e}$$

Conocemos $v_S = 335$ m/s pero a 0°C y con el viento en calma, que no son las condiciones del medio en las que está planteado el problema. Por lo tanto, la velocidad del sonido que hemos de considerar tenemos que calcularla:

$$v_S = 335 \sqrt{\frac{273 + 26}{273}} + 8 = 358.59 \text{ m/s}$$

(en este caso el viento apoya el avance de la onda).

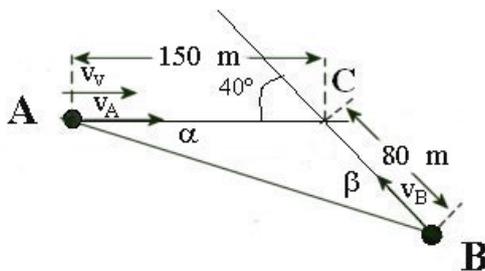
Así:

$$v_O = \frac{v_e v_S - v_P (v_S - v_F)}{v_e} = \frac{200 \cdot 358.59 - 225 \cdot (358.59 - 30)}{200} = -11.07 \text{ m/s}$$

El signo (-) indica que el observador se desplaza en sentido opuesto al considerado, es decir se acerca a A:

$$v_O = 11.07 \text{ m/s}$$

b) La situación es la que aparece en la figura. Al cabo de 5 segundos A ha recorrido 150 m y B 100 m:



Ahora la fuente es el coche A y el observador está en el coche B.

Tenemos que calcular los ángulos α y β para poder calcular las velocidades del sonido (v_S), del observador (v_O) y de la fuente (v_F) en la dirección Fuente – Observador:

$$\frac{80}{\text{sen} \alpha} = \frac{150}{\text{sen} \beta} \Rightarrow 80 \text{ sen} \beta = 150 \text{ sen} \alpha \Rightarrow \text{sen} \beta = 1.875 \text{ sen} \alpha$$

$$\alpha + \beta = 40^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ - \beta$$

$$\text{sen} \beta = 1.875 \text{ sen} (40^\circ - \beta) = 1.875 (\text{sen} 40^\circ \cos \beta - \cos 40^\circ \text{sen} \beta)$$

$$\text{sen} \beta = 1.205 \cos \beta - 1.436 \text{ sen} \beta$$

$$\text{tag} \beta = \frac{1.205}{(1 + 1.436)} = 0.495 \Rightarrow \beta = 26.32^\circ$$

$$\alpha = 40 - 26.32 = 13.68^\circ$$

La velocidad del sonido en esta situación en la línea AB (Fuente – Observador) es:

$$v_s = 335 \sqrt{\frac{273+26}{273}} + 8 \cos 13.68 = 358.36 \text{ m/s}$$

Velocidad del observador en la línea AB (Fuente –Observador):

$$v_o = -v_B \cos \beta = -20 \cos 26.32^\circ = -17.93 \text{ m/s}$$

Velocidad de la fuente en la línea AB (Fuente –Observador):

$$v_f = v_A \cos \alpha = 30 \cos 13.68^\circ = 29.15 \text{ m/s}$$

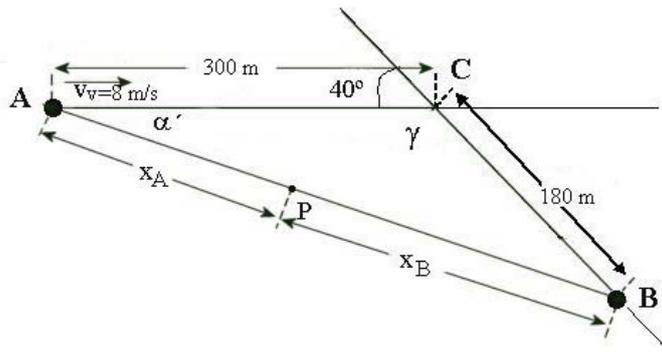
$$v_p = v_e \frac{v_s - v_o}{v_s - v_f} = 200 \frac{358.36 + 17.93}{358.36 - 29.15} = 228.60 \text{ Hz}$$

$$\underline{v_p = 228.60 \text{ Hz}}$$

c) El desfase en el punto P es:

$$\delta = k_B x_B - k_A x_A$$

donde k es el número de onda y x es la distancia de la fuente al punto donde se determina el valor del desfase.



Conocemos el valor de $x_A = 200 \text{ m}$; $x_B = AB - x_A$.

Para calcular AB aplicamos al triángulo ACB el teorema del coseno:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cos \gamma$$

$$\gamma = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$AB = \sqrt{300^2 - 180^2 - 2 \cdot 300 \cdot 180 \cdot \cos 140^\circ} = 452.91 \text{ m}$$

$$x_B = 452.91 - 200 = 252.91 \text{ m}$$

Vamos a calcular k_A y k_B :

$$k_A = \frac{2\pi v}{(v_s)_A}$$

$$k_B = \frac{2\pi v}{(v_s)_B}$$

La velocidad del sonido es diferente para la onda que viaja de A a B que para la que viaja de B a A, ya que la componente de la velocidad del viento sobre la recta AB tiene signo opuesto en un caso y otro:

$$(v_s)_A = 335 \sqrt{\frac{273+26}{273}} + 8 \cos \alpha' = 358.86 \text{ m/s}$$

$$(v_S)_B = 335 \sqrt{\frac{273+26}{273}} - 8 \cos \alpha' = 343.39 \text{ m/s}$$

$$\frac{180}{\sin \alpha'} = \frac{452.91}{\sin 140^\circ} \Rightarrow \alpha' = 14.8^\circ$$

$$k_A = \frac{2\pi v}{(v_S)_A} = \frac{400\pi}{358.83} = 1.114 \pi \text{ m}^{-1}$$

$$k_B = \frac{2\pi v}{(v_S)_B} = \frac{400\pi}{343.20} = 1.165 \pi \text{ m}^{-1}$$

$$\delta = k_B x_B - k_A x_A = 294.59\pi - 222.92\pi = 71.67 \pi \text{ rad}$$

$$\underline{\delta = 71.67 \pi \text{ rad}}$$

Como $\cos \delta = 0.53 \neq \pm 1$, el punto considerado no corresponde a una situación ni de máximo ni de mínimo.