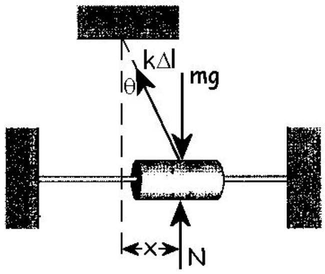
a) Podemos aplicar la conservación de la energía entre las posiciones inicial (cuando se suelta la masa desde el punto B) y final (cuando la masa pasa por el punto C). No tendremos en cuenta la energía potencial gravitatoria puesto que no varía (no hay variación de altura). Inicialmente no tenemos energía cinética porque el cuerpo parte del reposo, y sólo tendremos energía potencial elástica puesto que el resorte está alargado. Cuando la masa pasa por C tendremos energía potencial elástica, ya que el resorte está alargado, y energía cinética, ya que por dicho punto el bloque pasará con velocidad máxima. En cuanto a las fuerzas que actúan sobre el bloque, estarán la fuerza de recuperación elástica, la normal y el peso. El trabajo realizado por la fuerza elástica es la energía potencial elástica, y la normal y el peso no realizan trabajo porque son perpendiculares al desplazamiento de su punto de aplicación. Así pues, al aplicar el teorema de conservación de la energía tendremos:

$$E_{TB} = E_{TC} \Rightarrow E_{PeB} = E_{CC} + E_{PeC} \Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta l_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_C^2 \Rightarrow k\Delta l_B^2 = mv_C^2 + k\Delta l_C^2$$

$$k(l_B - l_0)^2 = mv_C^2 + k(l_C - l_0)^2 \Rightarrow k\left(\sqrt{d^2 + x^2} - l_0\right)^2 = mv_C^2 + k(d - l_0)^2$$

$$980\left(\sqrt{2^2 + 0.25^2} - 1.5\right)^2 = 10v_C^2 + 980(2 - 1.5)^2$$

$\underline{v_C = 1.24\ \text{m/s}}$



b) Vamos a ver qué hay que hacer para conseguir llegar a la ecuación correspondiente a un movimiento armónico simple. Trazamos en primer lugar el diagrama de sólido libre del bloque. El movimiento del bloque sólo se produce en el eje X luego podemos poner:

$$\Sigma F_X = m\ddot{x} \Rightarrow -k\Delta l \,\text{sen}\theta = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + k\Delta l\,\text{sen}\theta = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(\sqrt{d^2 + x^2} - l_0\right)\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} = 0$$

Tenemos que llegar a una expresión del tipo $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, para lo cual los términos que acompañan a la x tienen que ser constantes. Esto sucedería si las oscilaciones fuesen muy pequeñas, de modo que si $x \lll d \Rightarrow d^2 + x^2 \approx d^2$ y tendremos:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(\sqrt{d^2 + x^2} - l_0\right)\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}\cdot\frac{d - l_0}{d}x = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k(d - l_0)}{md}x = 0$$

Vemos que ahora tenemos efectivamente la ecuación de un movimiento armónico simple, ya que todo lo que acompaña a la x es una constante. Por comparación de las ecuaciones tendremos:

$$\omega^2 = \frac{k(d - l_0)}{md} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k(d - l_0)}{md} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{md}{k(d - l_0)}} = 2\pi\sqrt{\frac{10\cdot 2}{980(2 - 1.5)}} = 1.27\ \text{s}$$

$\underline{T = 1.27\ \text{s}}$