a) Como el movimiento es horizontal, tomaremos como nivel de energía potencial gravitatoria nula el de la superficie, de modo que en todo momento sólo tendremos energía cinética y potencial elástica. En el punto de máxima oscilación, que es desde donde se suelta el sistema, toda la energía es potencial elástica, luego tendremos:

$$E_T = E_{Pe} \Rightarrow E_{Pe} = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 0.04 = \frac{1}{2}200A^2 \Rightarrow A = 0.02\ \text{m}$$

<u>A=0.02 m</u>

b) La ecuación del M. A. S. será del tipo:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

donde conocemos ya la amplitud, luego tenemos que determinar la frecuencia angular y el desfase inicial. El origen de tiempos lo tomamos cuando la elongación es máxima, luego tendremos:

$$t=0 \Rightarrow x=A \Rightarrow A=A\cos\varphi_0 \Rightarrow \cos\varphi_0=1 \Rightarrow \varphi_0=0$$

Y la frecuencia angular para un sistema masa-muelle:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0.1}} = 44.72\ \text{rad/s}$$

Por tanto ya tenemos todo, la ecuación del movimiento es:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) = 0.02\cos(44.72t)$$

<u>x=0.02cos(44.72t)</u>

c) La velocidad será:

$$v = \frac{dx}{dt} = -0.02 \cdot 44.72\,\text{sen}(44.72t) = -0.8944\,\text{sen}(44.72t)$$

Y la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = -0.8944 \cdot 44.72\cos(44.72t) = -40\cos(44.72t)$$

Los valores del seno y el coseno los podemos obtener de la posición:

$$x=0.02\cos(44.72t) \Rightarrow -0.015=0.02\cos(44.72t) \Rightarrow \cos(44.72t)=-0.75$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\text{sen}^2(44.72t) + \cos^2(44.72t) = 1 \Rightarrow \text{sen}(44.72t) = \sqrt{1-\cos^2(44.72t)} = \sqrt{1-0.75^2} = 0.661$$

Por tanto:

$$v=-0.8944\,\text{sen}(44.72t)=-0.8944 \cdot 0.661=-0.592\ \text{m/s}$$

<u>v=-0.592 m/s</u>

El sentido es hacia la izquierda.

Y la aceleración:

$$a=-40\cos(44.72t)=-40 \cdot (-0.75)=30\ \text{m/s}^2$$

<u>a=30 m/s²</u>

El sentido es hacia la derecha.

d) Tenemos un choque elástico de dos partículas de masa m_1=0.1 kg y m_2=0.2 kg. Podemos determinar la velocidad de la partícula 1 antes del choque, ya que se encuentra en la posición de equilibrio, y en esa posición toda la energía mecánica es cinética. Así pues:

$$E_T = E_C \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \Rightarrow 0.04 = \frac{1}{2}0.1v_1^2 \Rightarrow v_1 = 0.894\ m/s$$

Puesto que se desplaza hacia la derecha esta velocidad será positiva. La velocidad de la masa m_2 antes del choque es la que tenemos que determinar. Y después del choque, las velocidades de las masas serán, respectivamente, v'_1 y v'_2=1 m/s. Como el choque es elástico se conservarán tanto el momento lineal como la energía cinética. Tendremos entonces:

$$\mathbf{p}=cte \Rightarrow \mathbf{p}_{\mathbf{antes}}=\mathbf{p}_{\mathbf{después}} \Rightarrow m_1\mathbf{v_1}+m_2\mathbf{v_2}=m_1\mathbf{v'_1}+m_2\mathbf{v'_2} \Rightarrow 0.1 \cdot 0.894-0.2v_2=0.1v'_1+0.2\cdot 1$$

$$E_C=cte \Rightarrow E_{Cantes}=E_{Cdespés} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2$$

$$0.1\cdot 0.894^2 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1 + 0.2\cdot 1^2$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, donde v_2 tiene que salirnos positiva puesto que ya hemos tenido en cuenta su signo, y por tanto determinaremos ahora solo su módulo. Resolvemos el sistema:

$$0.1 \cdot 0.894-0.2v_2=0.1v'_1+0.2 \cdot 1 \Rightarrow -0.1106-0.2v_2=0.1v'_1$$
$$0.1\cdot 0.894^2 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1 + 0.2\cdot 1^2 \Rightarrow -0.12 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1$$

De la primera ecuación despejamos v'_1:

$$-0.1106-0.2v_2=0.1v'_1 \Rightarrow v'_1=-1.106-2v_2$$

Y sustituimos en la segunda:

$$-0.12 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1 \Rightarrow -0.12 + 0.2v_2^2 = 0.1(-1.106 - 2v_2)^2$$
$$-0.12 + 0.2v_2^2 = 0.1223 + 0.4v_2^2 + 0.4424v_2 \Rightarrow 0.2v_2^2 + 0.4424v_2 + 0.2423 = 0$$

$$v_2 = \frac{-0.4424 \pm \sqrt{0.4424^2 - 4\cdot 0.2\cdot 0.2423}}{2\cdot 0.2} = \begin{cases} -0.998\ m/s \\ -1.214\ m/s \end{cases}$$

Vemos que las dos soluciones son negativas, luego para obtener esas condiciones la partícula 2 debería desplazarse hacia la derecha.

<u>NO ES POSIBLE</u>

e) Tendremos todo como antes pero con distintas cifras. Ahora tenemos dos partículas de masa m_1=0.1 kg y m_2=0.2 kg que tienen antes del choque velocidades v_1=0.894 m/s (hacia la derecha) y v_2 (hacia la izquierda). Después del choque las velocidades respectivas serán v'_1 y v'_2=0.5 m/s (hacia la derecha). Se conservarán el momento lineal y la energía cinética:

$$\mathbf{p}=cte \Rightarrow \mathbf{p}_{\mathbf{antes}}=\mathbf{p}_{\mathbf{después}} \Rightarrow m_1\mathbf{v_1}+m_2\mathbf{v_2}=m_1\mathbf{v'_1}+m_2\mathbf{v'_2} \Rightarrow 0.1 \cdot 0.894-0.2v_2=0.1v'_1+0.2 \cdot 0.5$$

$$E_C=cte \Rightarrow E_{Cantes}=E_{Cdespés} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2$$

$$0.1\cdot 0.894^2 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1 + 0.2\cdot 0.5^2$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, donde v_2 tiene que salirnos positiva puesto que ya hemos tenido en cuenta su signo, y por tanto determinaremos ahora solo su módulo. Resolvemos el sistema:

$$0.1 \cdot 0.894\text{-}0.2v_2=0.1v'_1+0.2 \cdot 0.5 \Rightarrow \text{-}0.0106\text{-}0.2v_2=0.1v'_1$$

$$0.1 \cdot 0.894^2 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1 + 0.2 \cdot 0.5^2 \Rightarrow 0.0299 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1$$

De la primera ecuación despejamos v'_1:

$$\text{-}0.0106\text{-}0.2v_2=0.1v'_1 \Rightarrow v'_1=\text{-}0.106\text{-}2v_2$$

Y sustituimos en la segunda:

$$0.0299 + 0.2v_2^2 = 0.1v'^2_1 \Rightarrow 0.0299 + 0.2v_2^2 = 0.1(-0.106 - 2v_2)^2$$

$$0.0299 + 0.2v_2^2 = 0.0011236 + 0.4v_2^2 + 0.0424v_2 \Rightarrow 0.2v_2^2 + 0.0424v_2 - 0.0288 = 0$$

$$v_2 = \frac{-0.0424 \pm \sqrt{0.0424^2 + 4 \cdot 0.2 \cdot 0.0288}}{2 \cdot 0.2} = \begin{cases} 0.288 \text{ m/s} \\ -0.5 \text{ m/s} \end{cases}$$

Como sólo es válida la solución positiva:

<u>v_2=0.288 m/s</u>

f) Como el choque se produce en el punto de equilibrio, toda la energía tras el choque será cinética:

$$E_T = E_C = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1$$

Siendo la velocidad de la partícula 1 tras el choque:

$$v'_1=\text{-}0.106\text{-}2v_2=\text{-}0.106\text{-}2 \cdot 0.288=\text{-}0.682 \text{ m/s}$$

Por tanto la energía total:

$$E_T = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 = \frac{1}{2} 0.1 \cdot 0.682^2 = 0.0233 \text{ J}$$

<u>E_T=0.0233 J</u>

Toda esa energía cinética en la posición de equilibrio se transforma íntegramente en energía potencial elástica en el punto de máxima elongación. En dicho punto por tanto tendremos:

$$E_T = E_{Pe} \Rightarrow E_T = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow 0.0233 = \frac{1}{2} 200A^2 \Rightarrow A = 0.0152 \text{ m}$$

<u>A=0.0152 m</u>