a) Siempre que estemos en un rango de amplitudes de 180 mm o menos estaremos ante un movimiento armónico simple, puesto que el bloque está en contacto con el resorte. En este caso estamos justo en el caso límite, de modo que se trata de un movimiento armónico simple donde la normal (contacto entre el bloque y el resorte) va disminuyendo al ascender hasta el punto más alto, en que justamente se hace cero. Por tanto, en ese instante, que es el extremo de la oscilación, tendremos que la velocidad es nula, ya que instantáneamente el bloque se detiene para invertir el sentido del movimiento, y la aceleración es la de la gravedad, ya que si la normal se hace cero el bloque sólo está sometido al peso y por tanto, a partir de la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_y = m\ddot{y} \Rightarrow mg = m\ddot{y} \Rightarrow \ddot{y} = g$$

Puesto que se trata de un movimiento armónico simple de amplitud A_0=180 mm=0,18 m la ecuación de la posición será:

$$y=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

Empezamos a contar cuando lo soltamos en el extremo de la oscilación desde el reposo, luego para t=0 $\Rightarrow$ y=A_0:

$$y=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow A_0=A_0\text{sen}\varphi \Rightarrow \text{sen}\varphi=0 \Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2}$$

Así, la ecuación de la posición es:

$$y=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)= 0{,}18\text{sen}\left(\omega_0 t+\frac{\pi}{2}\right)=0{,}18\cos(\omega_0 t)$$

La velocidad por tanto será:

$$\dot{y}=\frac{dy}{dt}=-0{,}18\omega_0\text{sen}(\omega_0 t)$$

Y la aceleración:

$$\ddot{y}=\frac{d\dot{y}}{dt}=-0{,}18\omega_0^2\cos(\omega_0 t)$$

En el extremo de la oscilación sabemos que $\cos(\omega_0 t)$=1 y que la aceleración es la de la gravedad (vertical y hacia abajo), de modo que:

$$\ddot{y}=-0{,}18\omega_0^2\cos(\omega_0 t) \Rightarrow -9{,}8=-0{,}18\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}18}}=7{,}38\ \text{rad/s}$$

Y para un bloque unido a un resorte la frecuencia natural de la oscilación es:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k=\omega_0^2 m=\frac{9{,}8}{0{,}18}\cdot 5=272{,}22\ \text{N/m}$$

<u>k=272,22 N/m</u>

b) Para obtener posición, velocidad y aceleración no tenemos más que sustituir:

$$y=0{,}18\cos(\omega_0 t)=0{,}18\cos(7{,}38\cdot 0{,}16)=0{,}068\ \text{m}$$

<u>y=0,068 m</u>

$$\dot{y}=-0{,}18\omega_0\text{sen}(\omega_0 t)=-0{,}18\cdot 7{,}38\text{sen}(7{,}38\cdot 0{,}16)=-1{,}23\ \text{m/s}$$

$$\underline{\dot{y} = -1{,}23\,m/s}$$

$$\ddot{y} = -0{,}18\omega_0^2 \cos(\omega_0 t) = -0{,}18 \cdot 7{,}38^2 \cos(7{,}38 \cdot 0{,}16) = -3{,}73\,m/s^2$$

$$\underline{\ddot{y} = -3{,}73\,m/s^2}$$

c) Veamos en primer lugar el tipo de amortiguamiento. Para ello determinamos el parámetro de amortiguamiento:

$$\beta = \frac{\gamma}{2m} = \frac{3}{2 \cdot 5} = 0{,}3\,s^{-1}$$

Como $\beta<\omega_0$ el movimiento es subamortiguado. La solución de la ecuación diferencial entonces es:

$$y=Ae^{-\beta t}sen(\omega' t+\varphi)=Asen(\omega' t+\varphi)$$

donde la amplitud viene representada por:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Así, si la amplitud se reduce a la milésima parte tendremos:

$$A=A_0e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{A_0}{1000} = A_0 e^{-0{,}3t} \Rightarrow \frac{1}{1000} = e^{-0{,}3t} \Rightarrow \ln\frac{1}{1000} = -0{,}3t \Rightarrow t = -\frac{\ln\frac{1}{1000}}{0{,}3} = 23{,}03\,s$$

<u>t=23,03 s</u>