a) Nos dan la constante del resorte y la frecuencia angular del movimiento, que evidentemente es subamortiguado ya que se producen varias oscilaciones (al menos diez). Así, tenemos:

$$T=\frac{8}{10}=0{,}8\,\mathrm{s}\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}8}=2{,}5\pi\ \mathrm{rad/s}$$

Puesto que se trata de movimiento subamortiguado la ecuación de la posición en función del tiempo será:

$$y=A_0e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)=A\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)$$

Donde A representa una amplitud que disminuye exponencialmente con el tiempo:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Sabemos que en 8 s la amplitud disminuye de 75 mm a 20 mm luego tendremos:

$$A=A_0e^{-\beta t}\Rightarrow 20=75e^{-8\beta}\Rightarrow \frac{20}{75}=e^{-8\beta}\Rightarrow \ln\frac{20}{75}=-8\beta\Rightarrow\beta=\frac{\ln\frac{20}{75}}{-8}=0{,}1652\,\mathrm{s}^{-1}$$

Este es el parámetro de amortiguamiento. Como tenemos movimiento subamortiguado se cumplirá que:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}\Rightarrow 2{,}5\pi=\sqrt{\omega_0^2-0{,}1652^2}\Rightarrow\omega_0^2=61{,}7126\,\mathrm{rad}^2/\mathrm{s}^2$$

Y para un resorte la frecuencia natural de la oscilación es:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow m=\frac{k}{\omega_0^2}=\frac{1500}{61{,}7126}=24{,}306\,\mathrm{kg}$$

$$\underline{m=24{,}306\ \mathrm{kg}}$$

Y conocida la masa podemos calcular la constante de amortiguamiento:

$$\beta=\frac{\gamma}{2m}\Rightarrow\gamma=2m\beta=2\cdot 24{,}306\cdot 0{,}1652=8{,}031\,\mathrm{Ns/m}$$

$$\underline{\gamma=8{,}031\ \mathrm{Ns/m}}$$

b) La ecuación de la posición en función del tiempo es:

$$y=A_0e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)=75e^{-0{,}1652t}\mathrm{sen}(2{,}5\pi+\varphi)$$

Tomamos el origen de tiempos t=0 en la posición de máxima elongación, 75 mm:

$$y=75e^{-0{,}1652t}\mathrm{sen}(2{,}5\pi+\varphi)\Rightarrow t=0\Rightarrow y=75\ \mathrm{mm}\Rightarrow 75=75\mathrm{sen}\varphi\Rightarrow \mathrm{sen}\varphi=1\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{2}$$

Por tanto la ecuación pedida es:

$$y=A_0e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)=75e^{-0{,}1652t}\mathrm{sen}\left(2{,}5\pi+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{y=75e^{-0{,}1652t}\mathrm{sen}\left(2{,}5\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

c) Ahora la velocidad en t=5 s será:

$$v = \frac{dy}{dt} = -A_0\beta e^{-\beta t}\operatorname{sen}(\omega t + \varphi) + A_0\omega e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi) =$$

$$= -75\cdot 0{,}1652 e^{-0{,}16525}\operatorname{sen}\left(2{,}5\pi\cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) + 75\cdot 2{,}5\pi e^{-0{,}16525}\cos\left(2{,}5\pi\cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) =$$

=-257,88 mm/s=-0,258 m/s

<u>v=0,258 m/s</u>

d) La fase en cada instante es $\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \left(2{,}5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, luego el desfase entre las dos posiciones es:

$$\Delta\varphi = \varphi_5 - \varphi_0 = \left(2{,}5\pi\cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = 12{,}5\pi\ \text{rad} = \frac{25\pi}{2}\ \text{rad} = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$$

$$\underline{\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}}$$