a) Podemos ver en la gráfica que la aceleración máxima es de 300 cm/s^2, y que el período de la oscilación es de 0,4 s. Así, la frecuencia natural de la oscilación será:

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0,4}=5\pi \text{ rad/s}$$

A partir de la aceleración máxima determinamos la amplitud, ya que en módulo tenemos que:

$$a_{máx}=A_0\omega_0^2 \Rightarrow A_0=\frac{a_{máx}}{\omega_0^2}=\frac{300}{(5\pi)^2}=1,216 \text{ cm}$$

Puesto que la aceleración está en oposición de fase con la amplitud, tendremos que para $t=0 \Rightarrow x=0$ pero el movimiento se inicia hacia las elongaciones negativas:

$$x=-A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow t=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow 0=-A_0\text{sen}\varphi \Rightarrow \text{sen}\varphi=0 \Rightarrow \varphi=0$$

Por tanto, la ecuación de la elongación es:

$$x=-A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)=-1,216\text{sen}(5\pi t)$$

$$\underline{x=-1,216\text{sen}(5\pi t)}$$

b) Para obtener la velocidad derivamos respecto del tiempo:

$$v=\frac{dx}{dt}=-1,216\cdot 5\pi\cos(5\pi t)$$

La velocidad será máxima cuando el término variable, el coseno, adquiera su valor máximo, es decir, la unidad. Así, en módulo:

$$v_{máx}=1,216\cdot 5\pi)=19,10 \text{ cm/s}$$

$$\underline{v_{máx}=19,10 \text{ cm/s}}$$

c) Veamos el tipo de amortiguamiento. Tendremos que el parámetro de amortiguamiento será:

$$\beta=\frac{\gamma}{2m}=\frac{2}{2\cdot 0,10}=10 \text{ s}^{-1}$$

Podemos ver que $\omega_0>\beta$ de modo que el movimiento es subamortiguado. La ecuación por tanto será:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi)$$

siendo la amplitud:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Para que la amplitud se reduzca a la mitad:

$$A=A_0e^{-\beta t}\Rightarrow \frac{A_0}{2}=A_0e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{1}{2}=e^{-10t} \Rightarrow \ln\frac{1}{2}=-10t \Rightarrow t=0,0693 \text{ s}$$

$$\underline{t=0,0693 \text{ s}}$$

d) Ahora veamos qué ocurre para que la energía ser reduzca a la mitad. En un oscilador la energía vale $\frac{1}{2}kA^2$, de modo que si se reduce a la mitad tendremos:

$$E=\frac{E_0}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}kA_0^2 \Rightarrow A=\frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

Y operamos como antes:

$$A=A_0e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{A_0}{\sqrt{2}}=A_0e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=e^{-10t} \Rightarrow \ln\sqrt{\frac{1}{2}}=-10t \Longrightarrow t=0{,}0347\text{ s}$$

<u>t=0,0347 s</u>