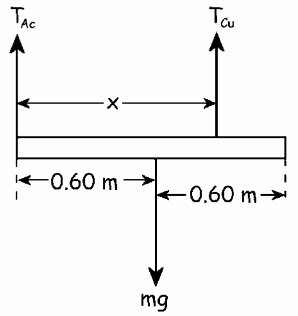
a) Tenemos los datos:

m=20 kg; L=120 cm=1.20 m; $l_{Ac}=l_{Cu}$=70 cm=0.70 m; S_{Cu}=1 mm^2=10^{-6}m^2;

$$S_{Ac}=\frac{S_{Cu}}{2}=\frac{10^{-6}}{2}=5\cdot 10^{-7}\ m^2;\ E_{cu}=10^4\ kg/mm^2;\ E_{Ac}=2\cdot 10^4\ kg/mm^2;\ \rho_{cu}=8960\ kg/m^3;$$

ρ_{Ac}=7964 kg/m^3



Hacemos en primer lugar un diagrama de sólido libre de la barra y tendremos:

$$\Sigma F_y=0 \Rightarrow T_{Ac}+T_{Cu}-mg=0 \Rightarrow T_{Ac}+T_{Cu}-20\cdot 9.8=0 \Rightarrow T_{Ac}+T_{Cu}=196$$

$$\Sigma M_{Ac}=0 \Rightarrow T_{Cu}x-0.60mg=0 \Rightarrow T_{Cu}x-20\cdot 9.8\cdot 0.60=0 \Rightarrow T_{Cu}x=117.6$$

Además, del modulo de Young:

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon}=\frac{T/S}{\Delta l/l}=\frac{Tl}{S\Delta l}\Rightarrow \Delta l=\frac{Tl}{SE}$$

Como los alargamientos en los dos alambres son iguales:

$$\Delta l_{Ac}=\Delta l_{Cu}\Rightarrow \frac{T_{Ac}l_{Ac}}{S_{Ac}E_{Ac}}=\frac{T_{Cu}l_{Cu}}{S_{Cu}E_{Cu}}\Rightarrow \frac{T_{Ac}}{S_{Ac}E_{Ac}}=\frac{T_{Cu}}{S_{Cu}E_{Cu}}$$

$$\frac{T_{Ac}}{5\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 10^4}=\frac{T_{Cu}}{10^{-6}\cdot 10^4}\Rightarrow T_{Ac}=T_{Cu}$$

Sustituyendo esta igualdad en la ecuación de fuerzas:

$$T_{Ac}+T_{Cu}=196 \Rightarrow 2T_{Ac}=196 \Rightarrow T_{Ac}=T_{Cu}=98\ N$$

Y de la ecuación de momentos:

$$T_{Cu}x=117.6 \Rightarrow 98x=117.6 \Rightarrow x=1.20\ m$$

<u>x=1.20 m</u>

b) La tensión en los alambres ya la hemos obtenido:

<u>$T_{Ac}=T_{Cu}$=98 N</u>

c) Para cualquiera de los dos alambres sometidos a tensión tendremos que se producen en ellos ondas estacionarias si:

$$l=n\frac{\lambda}{2}=n\frac{v}{2\nu}=\frac{n}{2\nu}\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\frac{n}{2\nu}\sqrt{\frac{T}{\rho S}}\Rightarrow \nu=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{\rho S}}$$

Donde hemos tenido en cuenta que:

$$\mu=\frac{m}{l}=\frac{\rho V}{l}=\frac{\rho S l}{l}=\rho S$$

siendo m la masa del alambre, S su sección y V su volumen (cilíndrico). Como la frecuencia en los dos alambres es la misma:

$$\nu_{Ac}=\nu_{Cu}\Rightarrow \frac{n_{Ac}}{2l_{Ac}}\sqrt{\frac{T_{Ac}}{\rho_{Ac}S_{Ac}}}=\frac{n_{Cu}}{2l_{Cu}}\sqrt{\frac{T_{Cu}}{\rho_{Cu}S_{Cu}}}\Rightarrow n_{Ac}\sqrt{\frac{1}{\rho_{Ac}S_{Ac}}}=n_{Cu}\sqrt{\frac{1}{\rho_{Cu}S_{Cu}}}\Rightarrow n_{Ac}=n_{Cu}\sqrt{\frac{\rho_{Ac}S_{Ac}}{\rho_{Cu}S_{Cu}}}=$$

$$=n_{Cu}\sqrt{\frac{7964\cdot 5\cdot 10^{-7}}{8960\cdot 10^{-6}}}=0.6666n_{Cu}\Rightarrow n_{Ac}=0.6666n_{Cu}$$

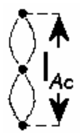
Estamos buscando la mínima frecuencia que hace cumplir esta relación, siendo n_{Ac} y n_{Cu} dos números enteros. Podemos ver que la menor frecuencia se obtendrá para el menor entero que verifique esa relación, de modo que por tanteo obtenemos la primera pareja de enteros que cumple esta relación:

n_{Ac}	0.6666	1.333	2
n_{Cu}	1	2	3

Así pues, la frecuencia, sustituyendo en cualquiera de las expresiones:

$$\nu = \frac{n_{Ac}}{2l_{Ac}}\sqrt{\frac{T_{Ac}}{\rho_{Ac}S_{Ac}}} = \frac{2}{2\cdot 0.70}\sqrt{\frac{98}{7964\cdot 5\cdot 10^{-7}}} = 224.11\,\text{Hz}$$

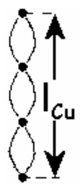
<u>ν=224.11 Hz</u>



d) Vamos a ver lo que ocurre en cada alambre. El número n nos indica el número de semilongitudes de onda que hay en cada alambre. Por tanto, en el alambre de acero tenemos dos semilongitudes de onda, es decir, tres nodos, dos en los extremos del alambre y uno en el centro, en $y = \frac{l}{2} = \frac{0.70}{2} = 0.35\,\text{m}$. Por tanto en el acero:

<u>(Nº nodos)$_{Ac}$=3</u>

<u>(y_{nodos})$_{Ac}$=0, 0.35, 0.70 m</u>



En el cobre tenemos 3 semilongitudes de onda, luego habrá cuatro nodos, dos en los extremos y 2 en el alambre, a intervalos regulares, de modo que el alambre queda dividido en tres partes iguales, siendo el espaciado entre nodos:

$$\Delta y = \frac{l}{3} = \frac{0.70}{3} = 0.233\,\text{m}$$

Así pues, para el cobre tendremos:

<u>(Nº nodos)$_{Cu}$=4</u>

<u>(y_{nodos})$_{Cu}$=0, 0.233, 0.467, 0.70 m</u>