a) En primer lugar vamos a determinar la velocidad del sonido en las condiciones de la experiencia. La relación entre la velocidad del sonido en un gas y la temperatura es:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

siendo γ la constante adiabática del gas, R la constante de los gases perfectos, T la temperatura y M la masa molecular del gas. Por tanto, para un mismo gas a dos temperaturas distintas tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}; \; v' = \sqrt{\frac{\gamma RT'}{M}}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}{\sqrt{\frac{\gamma RT'}{M}}} = \sqrt{\frac{T}{T'}} \Rightarrow v = v'\sqrt{\frac{T}{T'}}$$

Si llamamos v a la velocidad del sonido en las condiciones de la experiencia (T=40ºC=313 K) y v’ al dato del problema (T’=20ºC=293 K) tendremos:

$$v = v'\sqrt{\frac{T}{T'}} = 340\sqrt{\frac{313}{293}} = 351.41 \, m/s$$

Si llenamos el tubo con agua hasta una altura de 85 cm=0.85 m lo que nos queda es un tubo abierto por un extremo de longitud L=2-0.85=1.15 m. Para que se produzcan ondas estacionarias en un tubo abierto por un extremo tiene que cumplirse que:

$$L = I\frac{\lambda}{4}$$

siendo I un número impar. Teniendo en cuenta la relación entre la velocidad de la onda, su frecuencia y su longitud de onda:

$$L = I\frac{\lambda}{4} = I\frac{v}{4\nu} \Rightarrow I = \frac{4\nu L}{v} = \frac{4 \cdot 382 \cdot 1.15}{351.41} = 5$$

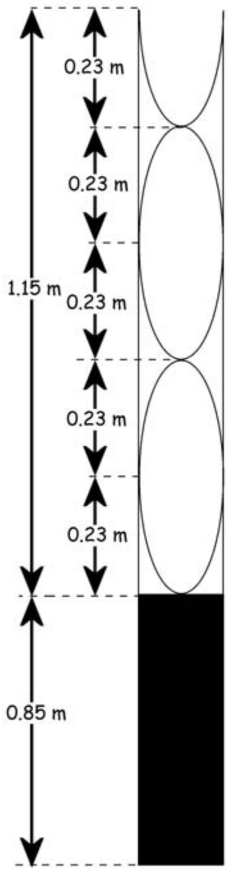
Por tanto se trata del segundo armónico (I=1 fundamental, I=3 primer armónico, I=5 segundo armónico).

<u>SEGUNDO ARMÓNICO</u>

Para la frecuencia fundamental tendremos que el impar tiene que ser el 1:

$$L = I\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4\nu_0} \Rightarrow \nu_0 = \frac{v}{4L} = \frac{351.41}{4 \cdot 1.15} = 76.39 \text{ Hz}$$

<u>ν_0=76.39 Hz</u>



b) La ecuación de la onda estacionaria no depende del tiempo, sino sólo de la posición. En nuestro caso, donde tenemos el segundo armónico, tendremos lo que aparece en la figura, donde la separación entre nodos y vientres es $\Delta y = \frac{1.15}{5} = 0.23\text{ m}$. La ecuación de esta onda, que será armónica, es:

$$x = A\text{sen}(ky + \varphi_0)$$

El número de ondas será:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4 \cdot 0.23} = 6.83\text{ m}^{-1}$$

Y la amplitud nos la da el enunciado (A=50 cm=0.50 m). Para determinar la constante de fase φ_0 tenemos que para y=0 $\Rightarrow$ x=0:

$$x = A\text{sen}(ky + \varphi_0) \Rightarrow 0 = A\text{sen}\varphi_0 \Rightarrow \text{sen}\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

Por tanto la ecuación nos queda:

$$x = A\text{sen}(ky + \varphi_0) = 0.50\text{sen}(6.83y)$$

El punto situado en el centro del tubo implica que está situado a una distancia respecto del extremo cerrado de y=0.15 m luego:

$$x = 0.50\text{sen}(6.83y) = 0.50\text{sen}(6.83 \cdot 0.15) = 0.4272\text{ m}$$

Y el punto situado a 25 cm=0.25 m del extremo abierto está a y'=1.15-0.25=0.90 m del extremo cerrado. Así pues:

$$x' = 0.50\text{sen}(6.83y') = 0.50\text{sen}(6.83 \cdot 0.90) = -0.0679\text{ m}$$

La intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud, luego la relación de intensidades será:

$$\frac{I}{I'} = \frac{Cx^2}{Cx'^2} = \left(\frac{x}{x'}\right)^2 = \left(\frac{0.4272}{0.0679}\right)^2 = 39.60$$

$$\underline{\frac{I}{I'} = 39.60}$$

c) Para que se produzcan ondas estacionarias en el tubo se debe cumplir que:

$$L = I\frac{\lambda}{4} = I\frac{v}{4\nu}$$

Por tanto, para el tono fundamental y los sucesivos armónicos tendremos:

$$L = I\frac{v}{4\nu} = \frac{v}{4\nu} = \frac{351.41}{4 \cdot 382} = 0.23\text{ m} \Rightarrow h = 2 - L = 2 - 0.23 = 1.77\text{ m}$$

<u>h=1.77 m</u>

$$L = I\frac{v}{4\nu} = 3\frac{v}{4\nu} = 3\frac{351.41}{4 \cdot 382} = 0.69\ \text{m} \Rightarrow h = 2 - L = 2 - 0.69 = 1.31\ \text{m}$$

h=1.31 m

$$L = I\frac{v}{4\nu} = 5\frac{v}{4\nu} = 5\frac{351.41}{4 \cdot 382} = 1.15\ \text{m} \Rightarrow h = 2 - L = 2 - 0.85 = 1.15\ \text{m}$$

h=1.15 m

$$L = I\frac{v}{4\nu} = 7\frac{v}{4\nu} = 7\frac{351.41}{4 \cdot 382} = 1.61\ \text{m} \Rightarrow h = 2 - L = 2 - 1.61 = 0.39\ \text{m}$$

h=0.39 m

$$L = I\frac{v}{4\nu} = 9\frac{v}{4\nu} = 9\frac{351.41}{4 \cdot 382} = 2.07\ \text{m}$$

La longitud de este tubo es superior a los 2 m luego ya no valdría.