a) Para un tubo cerrado por un extremo la condición de resonancia es:

$$L = I\frac{\lambda}{4}$$

siendo I un número impar (I=1, 3, 5, 7,…). Por tanto tendremos:

$$L = I\frac{\lambda}{4} = I\frac{v}{4\nu} \Rightarrow \nu = I\frac{v}{4L}$$

Para dos frecuencias sucesivas:

$$\left.\begin{aligned} \nu &= I\frac{v}{4L} \\ \nu' &= (I+2)\frac{v}{4L} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \nu' - \nu = (I+2)\frac{v}{4L} - I\frac{v}{4L} = \frac{2v}{4L} = \frac{v}{2L}$$

Si el tubo es abierto por ambos extremos:

$$L = N\frac{\lambda}{2}$$

siendo N un número enter (N=1, 2, 3, 4,…). Por tanto tendremos:

$$L = N\frac{\lambda}{2} = N\frac{v}{2\nu} \Rightarrow \nu = N\frac{v}{2L}$$

Para dos frecuencias sucesivas:

$$\left.\begin{aligned} \nu &= N\frac{v}{2L} \\ \nu' &= (N+1)\frac{v}{2L} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \nu' - \nu = (N+1)\frac{v}{2L} - N\frac{v}{2L} = \frac{v}{2L}$$

Vemos que independientemente del tipo de tubo, la diferencia entre dos frecuencias sucesivas conduce a la misma expresión, de la cual podemos obtener la longitud del tubo:

$$\nu' - \nu = \frac{v}{2L} \Rightarrow L = \frac{v}{2(\nu' - \nu)} = \frac{344}{2(550 - 450)} = 1.72 \text{ m}$$

Ahora, si el tubo fuese cerrado por un extremo:

$$L = I\frac{v}{4\nu} \Rightarrow I = \frac{4\nu L}{v} = \frac{4 \cdot 550 \cdot 1.72}{344} = 11$$

Vemos que efectivamente obtenemos un número impar, y que con la otra frecuencia obtenemos el impar anterior:

$$I = \frac{4\nu L}{v} = \frac{4 \cdot 450 \cdot 1.72}{344} = 9$$

Por tanto el tubo es cerrado por un extremo.

CERRADO POR UN EXTREMO

Si el tubo fuese abierto por ambos extremos se verificaría:

$$L = N\frac{v}{2\nu} \Rightarrow N = \frac{2\nu L}{v} = \frac{2 \cdot 550 \cdot 1.72}{344} = 5.5$$

Vemos que no obtenemos un entero, luego el tubo no puede ser abierto por ambos extremos.

b) La longitud del tubo ya la hemos determinado:

L=1.72 m

c) Para el sonido fundamental el impar será el primero, es decir, I=1, de donde:

$$\nu = I\frac{v}{4L} = \frac{v}{4L} = \frac{344}{4 \cdot 1.72} = 50 \text{ Hz}$$

Tendremos ahora un problema de efecto Doppler, donde el observador está en movimiento y la fuente en reposo, luego tendremos:

$$\nu' = \nu\frac{v - v_O}{v - v_F} = \nu\frac{v - v_O}{v}$$

La frecuencia percibida es mayor que la emitida, luego el numerador de esa ecuación tiene que ser mayor que el denominador. Esto implica que no podemos tener en el numerador v-v_O sino v+v_O, y para que cambie el signo v_O debería ser negativa, es decir, tener sentido contrario al de la recta que une la fuente con el observador. Por tanto, el observador se está acercando a la fuente.

SE ACERCA

La expresión nos quedará entonces:

$$\nu' = \nu\frac{v + v_O}{v} \Rightarrow 54 = 50\frac{344 + v_O}{344} \Rightarrow v_O = 27.52 \text{ m/s}$$

v_O=27.52 m/s

d) La sensación sonora vale:

$$B = 10\log\frac{I}{I_0}$$

Por tanto para dos puntos situados a distinta distancia que perciben distintas sensaciones sonoras tendremos:

$$B = 10\log\frac{I}{I_0}; \quad B' = 10\log\frac{I'}{I_0}$$

Restando las dos expresiones:

$$B-B'=10\log\frac{I}{I_0}-10\log\frac{I'}{I_0}=10\log\frac{\frac{I}{I_0}}{\frac{I'}{I_0}}=10\log\frac{I}{I'}=10\log\frac{\frac{P}{A}}{\frac{P}{A'}}=10\log\frac{A'}{A}=10\log\frac{4\pi r'^2}{4\pi r^2}=$$

$$=10\log\frac{r'^2}{r^2}=10\log\left(\frac{r'}{r}\right)^2=20\log\frac{r'}{r}\Rightarrow B-B'=20\log\frac{r'}{r}$$

Sustituyendo:

$$B-B'=20\log\frac{r'}{r}\Rightarrow 60-30=20\log\frac{r'}{2}\Rightarrow 30=20\log\frac{r'}{2}\Rightarrow 1.5=\log\frac{r'}{2}$$

$$\frac{r'}{2}=10^{1.5}\Rightarrow r'=2\cdot 10^{1.5}=63.25\text{ m}$$

<u>r’=63.25 m</u>

d) La sensación sonora con un solo tubo es de 60 dB y queremos que sea de 80 dB. Por tanto en este caso tendremos también dos sensaciones sonoras:

$$B=10\log\frac{I}{I_0};\quad B'=10\log\frac{I'}{I_0}=10\log\frac{NI}{I_0}$$

siendo N el número de tubos que están resonando simultáneamente. Restando las dos sensaciones sonoras:

$$B'-B=10\log\frac{NI}{I_0}-10\log\frac{I}{I_0}=10\log\frac{\frac{NI}{I_0}}{\frac{I}{I_0}}=10\log N\Rightarrow B'-B=10\log N$$

Sustituyendo:

$$B'-B=10\log N\Rightarrow 80-60=10\log N\Rightarrow 20=10\log N\Rightarrow \log N=2\Rightarrow N=10^2=100\text{ tubos}$$

<u>N=100 tubos</u>