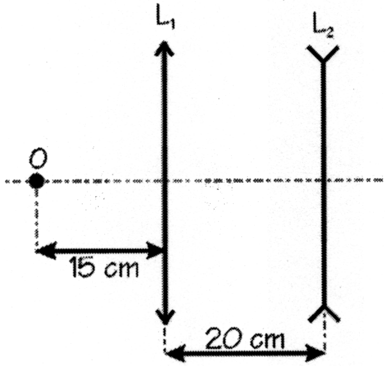
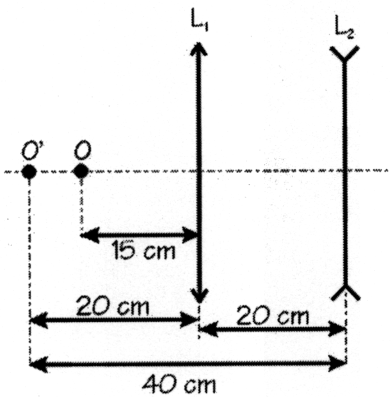


a) Tenemos inicialmente lo que aparece en la figura, dos lentes, L_1 y L_2, separadas por 20 cm y con el objeto situado 15 cm a la izquierda de L_1. La primera lente que actúa es la convergente, para la cual el objeto es O y la imagen O'. Para dicha lente tendremos:

$$-\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S'_1}=\frac{1}{f'_1} \Rightarrow -\frac{1}{-15}+\frac{1}{S'_1}=\frac{1}{60} \Rightarrow S'_1=-20 \text{ cm}$$

La imagen de la lente L_1, O', se encuentra a la izquierda de L_1 y a 20 cm de ella. Además, el aumento lateral para esta lente será:

$$\beta_1=\frac{S'_1}{S_1}=\frac{-20}{-15}=\frac{4}{3}$$



A continuación actúa la lente L_2, para la cual el objeto es O' y la imagen es O". Podemos ver además en la figura que la distancia de O' a la lente L_2 es de 40 cm:

$$S_2=-(20+20)=-40 \text{ cm}$$

Como el objeto está a la izquierda de la lente y la lente es divergente, la imagen O" también estará a la izquierda de dicha lente. Así pues, las distancias objeto e imagen en este caso serán ambas negativas y el aumento lateral dado por L_2 será negativo. Sabemos también que la imagen final dada por el sistema es 3.75 veces menor que el objeto; como β_1 y β_2 son positivos, el aumento lateral total también será positivo, luego:

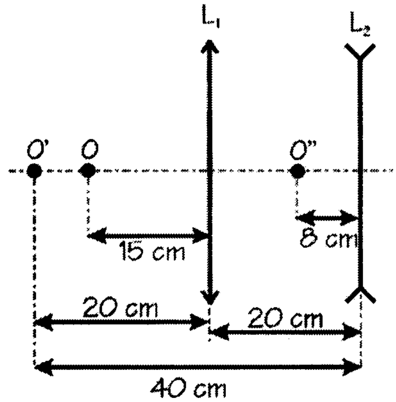
$$\beta=\frac{y''}{y}=\frac{y}{3.75y}=\frac{1}{3.75}$$

Podemos determinar entonces el aumento lateral de la lente L_2:

$$\beta=\beta_1\beta_2 \Rightarrow \beta_2=\frac{\beta}{\beta_1}=\frac{\frac{1}{3.75}}{\frac{4}{3}}=0.2$$

A su vez sabemos:

$$\beta_2 = \frac{S'_2}{S_2} \Rightarrow S'_2 = \beta_2 S_2 = 0.2(-40) = -8 \text{ cm}$$



Sabemos ya que la imagen final está a la izquierda de L_2 y a 8 cm de ella. Si aplicamos la ecuación de las lentes a la lente L_2 tendremos:

$$-\frac{1}{S_2} + \frac{1}{S'_2} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow -\frac{1}{-40} + \frac{1}{-8} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow f'_1 = -10 \text{ cm}$$

La potencia es el inverso de la focal, estando en dioptrías si la focal está en metros:

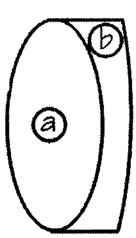
$$f_1\text{=-10 cm=-0.1 m} \Rightarrow P_1 = \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{-0.1} = -10 \text{ dioptrías}$$

<u>P_1=-10 dioptrías</u>

Como cabía esperar, la potencia (y la focal) de una lente divergente es negativa.

b) La imagen final es virtual (se forma a la izquierda de la lente, luego por las prolongaciones de los rayos), menor (el enunciado dice exactamente 3.75 veces menor) y derecha (el aumento lateral es positivo, luego el signo de y" e y tiene que ser el mismo).

<u>IMAGEN VIRTUAL, MENOR Y DERECHA</u>



c) La lente divergente está a su vez formada por dos lentes yuxtapuestas. La lente biconvexa es convergente, luego si el sistema total es divergente, la lente cóncavo-convexa que está unida a ella tiene que ser divergente. Por tanto, en cuanto a los radios, la biconvexa tendrá los radios iguales, a los que llamaremos r, y la cóncavo-convexa tendrá el primer radio igual a la anterior, r, por estar unidas, y el segundo será 3r, ya que si fuera r/3 esta segunda lente sería también convergente y hemos dicho que debe ser divergente. El sistema será como el de la figura. Como las potencias son aditivas, tendremos que:

$$P_2 = P_a + P_b \Rightarrow \frac{1}{f'_2} = (n_a - 1)\left(\frac{1}{r_{a1}} - \frac{1}{r_{a2}}\right) + (n_b - 1)\left(\frac{1}{r_{b1}} - \frac{1}{r_{b2}}\right)$$

$$\frac{1}{-10} = (1.2 - 1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{-r}\right) + (1.8 - 1)\left(\frac{1}{-r} - \frac{1}{-3r}\right) \Rightarrow -\frac{1}{10} = \frac{0.4}{r} - \frac{1.6}{3r}$$

$$-\frac{1}{10} = -\frac{0.4}{3r} \Rightarrow r = \frac{0.4 \cdot 10}{3} = 1.33 \text{ cm}$$

Por tanto para la lente biconvexa los radios serán:

$$r_{a1}=r_{a2}=r=1.33 \text{ cm}$$

<u>$r_{a1}=r_{a2}=1.33$ cm</u>

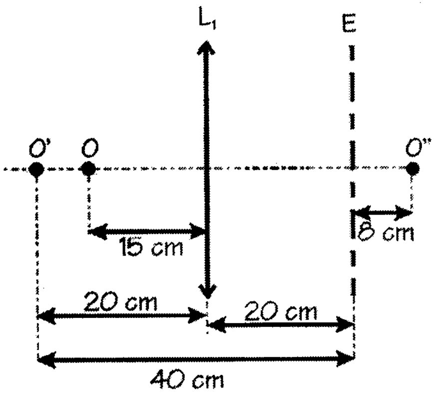
Y para la lente cóncavo-convexa los radios serán:

$$r_{b1}=r=1.33 \text{ cm; } r_{b2}=3r=3 \cdot 1.33=4 \text{ cm}$$

<u>$r_{b1}=1.33$ cm; $r_{b2}=4$ cm</u>

d) Ahora tenemos un espejo esférico, que representaremos por la letra E, en la misma posición en que antes estaba la lente divergente. Como no sabemos si el espejo es cóncavo o convexo, sólo marcaremos la posición de su vértice. La imagen final tiene que seguir siendo virtual y 3.75 veces menor que el objeto. Como la imagen es virtual y lo último que tenemos en el sistema es un espejo, eso implica que dicha imagen O" estará a la derecha del espejo.

Además, el aumento lateral tiene que seguir siendo el mismo. En primer lugar actúa la lente L_1, para la cual el objeto es O y la imagen es O'. Obviamente, como el objeto sigue estando a la izquierda de dicha lente y a 15 cm de ella y la focal de la lente es 60 cm, la imagen, como en el apartado a), se formará a la izquierda de L_1 y a 20 cm de ella. Dicha imagen es el objeto del espejo, y se encuentra a 40 cm de él. Si queremos que el aumento lateral del sistema siga siendo igual, teniendo en cuenta que el aumento lateral de la lente L_1 no ha variado, tampoco puede variar el aumento lateral del espejo, que será el mismo que antes tenía la lente divergente. Esto significa que puesto que el objeto está 40 cm a la izquierda del espejo la imagen estará 8 cm a la derecha del espejo. Tendremos así lo que aparece en el gráfico.



Si aplicamos la ecuación de los espejos, teniendo en cuenta que para el espejo el objeto es O' y la imagen O'' tendremos:

$$\frac{1}{S_E}+\frac{1}{S'_E}=\frac{2}{R}\Rightarrow\frac{1}{-40}+\frac{1}{8}=\frac{2}{R}\Rightarrow R=20\text{ cm}$$

<u>R=20 cm</u>

Como el radio del espejo es positivo significa que el espejo es convexo.

<u>ESPEJO CONVEXO</u>