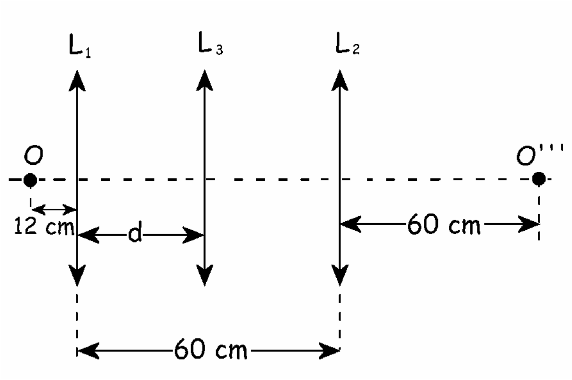
a) Las tres lentes son convergentes, luego sus distancias focales serán positivas. Las dos conocidas son:

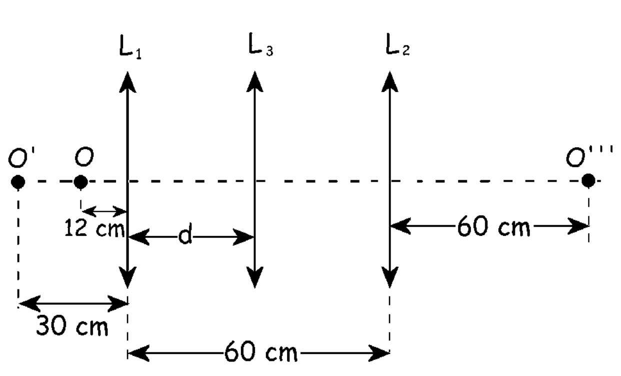
$$f'_1=20\text{ cm};\ f'_2=2f'_1=2\cdot 20=40\text{ cm}$$



Denominaremos L_3 a la tercera lente, de focal desconocida, si bien tendremos que tener en cuenta que tal como vemos en la figura, actúa en primer lugar L_1, a continuación L_3 y en último lugar L_2. Tenemos el objeto O 12 cm a la izquierda de la primera lente, y la imagen final, que denominaremos O''' 60 cm a la derecha de L_2, ya que nos dicen que dicha imagen es real. Resolvamos ahora el sistema.

En primer lugar actúa la lente L_1, para la cual el objeto es O y la imagen O'. Para dicha lente:

$$-\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S'_1}=\frac{1}{f'_1}\Rightarrow -\frac{1}{-12}+\frac{1}{S'_1}=\frac{1}{20}\Rightarrow S'_1=-30\text{ cm}$$

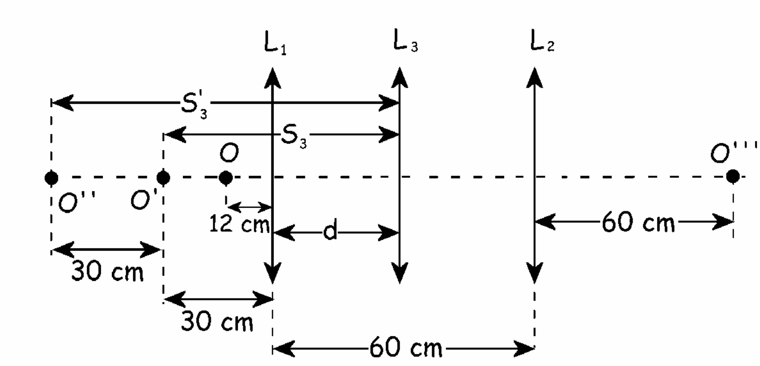


La imagen O' se encuentra a la izquierda de L_1 y a 30 cm de ella. Además vamos a determinar el aumento lateral de esta lente, ya que conocemos el aumento lateral total. Tendremos:

$$\beta_1=\frac{n_1 S'_1}{n'_1 S_1}=\frac{S'_1}{S_1}=\frac{-30}{-12}=2.5$$

No podemos resolver la lente L_3 ya que no conocemos ni su focal ni la distancia entre L_1 y L_3, de modo que a continuación vamos a resolver la lente L_2. Conocemos la imagen de esta lente, que es O''', de modo que podemos calcular su objeto, que será O''. Para esta lente:

$$-\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S'_2}=\frac{1}{f'_2}\Rightarrow -\frac{1}{S_2}+\frac{1}{60}=\frac{1}{40}\Rightarrow S_2=-120\text{ cm}$$



El objeto de esta lente, O'', está a su izquierda y a 120 cm. Por tanto, se encontrará a la izquierda de L_1 (a 60 cm de ella), y a la izquierda de O' (a 30 cm de él). El aumento lateral para esta lente será:

$$\beta_2 = \frac{n_2 S'_2}{n'_2 S_2} = \frac{S'_2}{S_2} =$$
$$= \frac{60}{-120} = -0.5$$

Además, como conocemos el aumento lateral total, podemos determinar el aumento lateral de la lente L_3:

$$\beta = \beta_1 \beta_3 \beta_2 \Rightarrow \beta_3 = \frac{\beta}{\beta_1 \beta_2} = \frac{-\frac{15}{8}}{2.5(-0.5)} = 1.5$$

Este aumento lateral lo podemos expresar en términos de las distancias objeto e imagen:

$$\beta_3 = \frac{n_3 S'_3}{n'_3 S_3} = \frac{S'_3}{S_3}$$

Como β_3 es positivo significa que las distancias objeto e imagen tienen el mismo signo. En el gráfico podemos ver que efectivamente ambas son negativas. Así, tendremos que en módulo:

$$|\beta_3| = \frac{|S'_3|}{|S_3|} \Rightarrow 1.5 = \frac{|S'_3|}{|S_3|} \Rightarrow |S'_3| = 1.5|S_3|$$

Y en el gráfico podemos ver que:

$$|S'_3| - |S_3| = 30$$

Teniendo en cuenta la relación entre las distancias:

$$|S'_3| - |S_3| = 30 \Rightarrow 1.5|S_3| - |S_3| = 30 \Rightarrow 0.5|S_3| = 30 \Rightarrow |S_3| = 60 \text{ cm}$$

Y la distancia imagen:

$$|S'_3| = 1.5|S_3| = 1.5 \cdot 60 = 90 \text{ cm}$$

Como sabemos que ambas son negativas:

S_3=-60 cm; S'_3=-90 cm

Aplicando la ecuación de las lentes a la lente L_3:

$$-\frac{1}{S_3} + \frac{1}{S'_3} = \frac{1}{f'_3} \Rightarrow -\frac{1}{-60} + \frac{1}{-90} = \frac{1}{f'_3} \Rightarrow f'_3 = 180 \text{ cm}$$

<u>f'_3=180 cm</u>

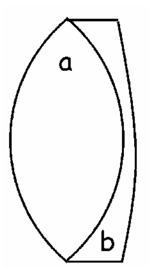
Y del gráfico podemos ver que la distancia d entre las lentes es:

d=$|S_3|$-30=60-30=30 cm

<u>d=30 cm</u>

b) Llamaremos lentes "a" y "b" a las dos lentes que forman L_1, siendo la lente "a" biconvexa y la lente "b" cóncavo-convexa y divergente. Su forma por tanto será la que aparece en la figura. Puesto que las potencias son aditivas podemos determinar la potencia de la lente "a":

$$P_1 = P_a + P_b \Rightarrow \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{f'_a} + \frac{1}{f'_b} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{f'_a} + \frac{1}{-26.666} \Rightarrow f'_a = 11.428 \text{ cm}$$



Con la focal de esta lente podemos determinar ya los radios:

$$P_a = (n_a - 1)\left(\frac{1}{r_{a1}} - \frac{1}{r_{a2}}\right) \Rightarrow \frac{1}{f'_a} = (n_a - 1)\left(\frac{1}{r_{a1}} - \frac{1}{r_{a2}}\right)$$

$$\frac{1}{11.428} = (1.35 - 1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{-r}\right) \Rightarrow r = 8 \text{ cm}$$

Por tanto para la lente "a":

$r_{a1}=r_{a2}=r=8$ cm

<u>$r_{a1}=r_{a2}=8$ cm</u>

Y para la lente "b":

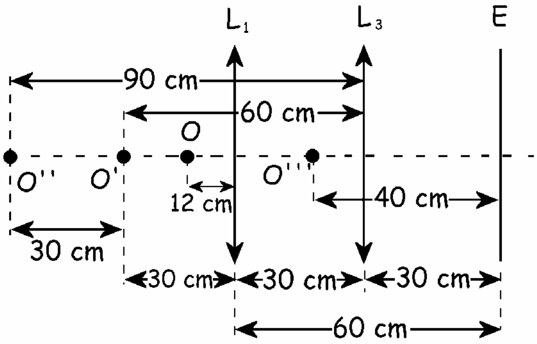
$r_{b1}=r=8$ cm; $r_{b2}=2r_{b1}=2 \cdot 8=16$ cm

<u>$r_{b1}=8$ cm; $r_{b2}=16$ cm</u>

Y ahora el índice de refracción de la segunda lente será:

$$P_b = (n_b - 1)\left(\frac{1}{r_{b1}} - \frac{1}{r_{b2}}\right) \Rightarrow \frac{1}{f'_b} = (n_b - 1)\left(\frac{1}{r_{b1}} - \frac{1}{r_{b2}}\right) \Rightarrow \frac{1}{-26.67} = (n_b - 1)\left(\frac{1}{-8} - \frac{1}{-16}\right)$$

<u>$n_b=1.6$</u>



c) Ahora sustituimos la lente de focal 40 cm (L_2) por un espejo. Nos queda entonces la lente L_1, a continuación L_3 y por último el espejo. Como el objeto O está en la misma posición y L_1 y L_3 también, nos quedarán de igual modo que en el apartado a) los puntos O, O' y O'', y sólo tenemos que resolver el espejo, para el cual el objeto es O'', y la imagen O''', que nos dicen que está a 40 cm del espejo, y que como es real, se encontrará a su izquierda. Tenemos entonces el sistema tal como aparece en la figura. Sólo nos queda resolver el espejo. Tendremos:

$$\frac{1}{S_E} + \frac{1}{S'_E} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{-120} + \frac{1}{-40} = \frac{2}{R} \Rightarrow R = -60 \text{ cm}$$

<u>R=60 cm</u>

Como el radio sale negativo quiere decir que el centro de curvatura está a la izquierda del vértice y que por tanto el espejo es cóncavo.

<u>ESPEJO CÓNCAVO</u>