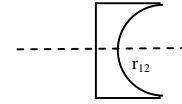


Teniendo en cuenta que la potencia de una lente delgada en función del índice de refracción y de sus radios viene dada por la expresión:

$$P = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

La potencia de la lente L_1 que es una lente delgada plano-cóncava es:

$$P_1 = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_{12}} \right) = -\frac{n-1}{r_{12}}$$

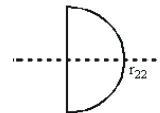


Puesto que $n > 1$ y $r_{12} > 0$ para esta segunda superficie cóncava, necesariamente la potencia es negativa. Así:

$$P_1 = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_{12}} \right) = -\frac{n-1}{r_{12}} = -5 \text{ dioptrías} = -5 \text{ m}^{-1} = -5 (10^2 \text{ cm})^{-1} = -0.05 \text{ cm}^{-1}$$

La potencia de la lente L_2 que es una lente delgada plano-convexa es:

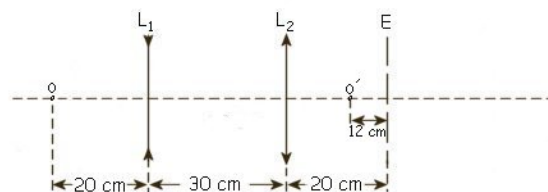
$$P_2 = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_{22}} \right) = -\frac{1.5-1}{r_{22}}$$



Puesto que el radio r_{22} correspondiente a la segunda superficie convexa es negativo, esta expresión nos da una potencia positiva:

$$P_2 = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_{22}} \right) = -\frac{1.5-1}{r_{22}} = -\frac{1.5-1}{-10} = 0.05 \text{ cm}^{-1}$$

El esquema del sistema representado en la



óptico es el figura

El objeto está 20 cm a la izquierda de la primera lente y su imagen dada por el sistema es real, luego está delante del espejo, y a 12 cm de él.

a)

Aplicamos la ecuación de las lentes y espejo sabiendo que la imagen dada por la lente L_1 es el objeto para la lente L_2 y la imagen dada por la lente L_2 es el objeto para el espejo.

Lente L_1 :

$$-\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} = P_1 \Rightarrow -\frac{1}{-20} + \frac{1}{s_1'} = -0.05 \Rightarrow s_1' = -10 \text{ cm}$$

Lente L_2 :

$$s_2 = -(30 - s_1') = -(30 + 10) = -40$$

$$-\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2} = P_2 \Rightarrow -\frac{1}{-40} + \frac{1}{s_2'} = 0.05 \Rightarrow s_2' = 40 \text{ cm}$$

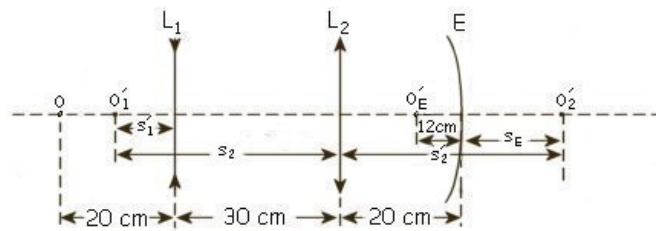
Espejo E:

$$s_E = -(20 - s_2') = -(20 - 40) = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s_E} + \frac{1}{s_E'} = \frac{2}{R_E} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{-12} = \frac{2}{R_E} \Rightarrow R_E = -60 \text{ cm}$$

El espejo es cóncavo de radio 60 cm

El esquema del sistema óptico es:



b)

Vamos a determinar el carácter de la imagen. Sabemos por el enunciado que es real; para saber como es respecto al objeto (si es derecha o invertida, mayor o menor), calculamos el aumento lateral β que es igual a la razón entre la altura de la imagen y la altura del objeto:

$$\beta = \frac{y'}{y}$$

Por otra parte β es el producto de los aumentos laterales de los elementos ópticos que forman el sistema es decir:

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_E = \left(\frac{n_1 s_1'}{n_1' s_1} \right) \left(\frac{n_2 s_2'}{n_2' s_2} \right) \left(\frac{n_E s_E'}{n_E' s_E} \right) = \left(\frac{s_1'}{s_1} \right) \left(\frac{s_2'}{s_2} \right) \left(-\frac{s_E'}{s_E} \right) = \left(\frac{-10}{-20} \right) \left(\frac{40}{-40} \right) \left(-\frac{-12}{20} \right) = -0.3$$

(donde $n_1 = n_1'$, $n_2 = n_2'$, ya que las lentes están inmersas en un mismo medio, y $n_E = -n_E'$ para un espejo).

Así:

$$y' = -0.3 y$$

La imagen es real, de menor tamaño que el objeto e invertida respecto de él

c)

Como son lentes delgadas cuando se yuxtaponen la lente resultante $L = L_1 + L_2$ tiene una potencia que es la suma de las potencias de las lentes que la forman, da igual que su unión se haga por las caras planas o por las curvas. Tenemos:

$$P = P_1 + P_2 = -0.05 \text{ cm}^{-1} + 0.05 \text{ cm}^{-1} = 0$$

Como su potencia es nula la lente L no actúa:

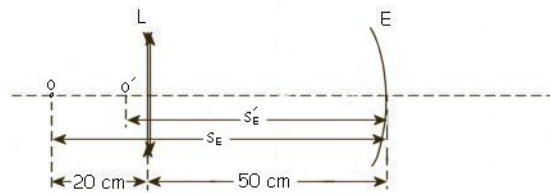
$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} = P = 0 \Rightarrow s' = s$$

La imagen dada por esa lente se obtiene donde está el objeto y tiene el mismo carácter que él,

$$\beta = \frac{s'}{s} = 1 \Rightarrow y' = y$$

d)

Si el objeto y el espejo permanecen donde estaban inicialmente, el esquema del sistema óptico ahora es:



Como sólo actúa el espejo tenemos:

$$\frac{1}{s_E} + \frac{1}{s'_E} = \frac{2}{R_E} \Rightarrow \frac{1}{-70} + \frac{1}{s'_E} = \frac{2}{-60} \Rightarrow s'_E = -52.5 \text{ cm}$$

La imagen se forma delante del espejo por lo tanto es real.

$$\text{El aumento } \beta = -\frac{s'_E}{s_E} = -\frac{-52.5}{-70} = -0.75 \Rightarrow y' = -0.75y$$

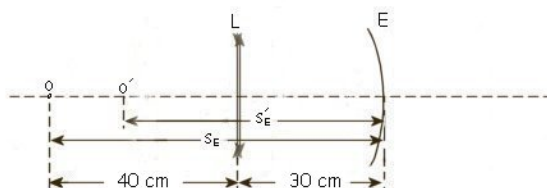
La imagen es invertida y de menor tamaño.

La imagen es real, de menor tamaño que el objeto e invertida respecto de él

e)

Como la lente L no actúa es indiferente su posición. El carácter de la imagen, por lo tanto, no cambiaría si desplazáramos la lente L₁ hasta la L₂

En este caso tenemos el siguiente esquema:



El carácter de la imagen seguiría siendo el mismo que en el caso d)