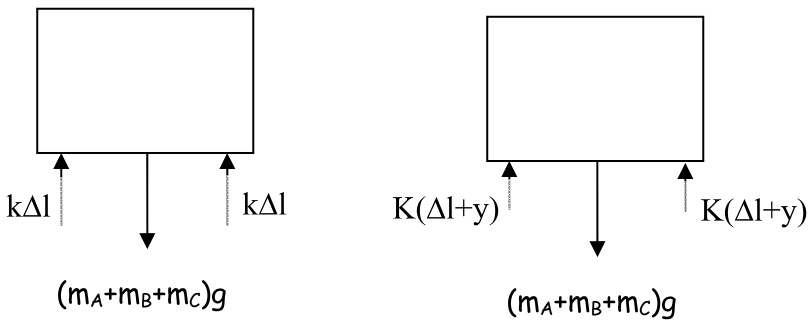
Dibujamos los diagramas de sólido libre para aplicar la segunda ley de Newton



En equilibrio

$$-2k\Delta l+(m_A+m_B+m_C)g=0$$

Si lo desplazamos hacia abajo una distancia y ya no está en equilibrio y tendremos:

$$-2k(\Delta l+y)+(m_A+m_B+m_C)g=(m_A+m_B+m_C)\ddot{y}$$
$$-2ky=(m_A+m_B+m_C)\ddot{y}$$

Esa es la ecuación de un movimiento armónico simple cuya frecuencia angular al cuadrado es:

$$\omega^2=\frac{2k}{m_A+m_B+m_C}$$

como por otra parte

$$\omega^2=\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\frac{2k}{m_A+m_B+m_C}=\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$T^2=\frac{2\pi^2(m_A+m_B+m_C)}{K}$$

Si se retira el bloque A con el mismo razonamiento llegaríamos a:

$$T'^2=\frac{2\pi^2(m_B+m_C)}{K}$$

a)
Si dividimos las dos últimas ecuaciones tenemos:

$$\frac{T^2}{T'^2}=\frac{m_A+m_B+m_C}{m_B+m_C}$$

T=0.8 s; T^2=0.64 s^2
T´=0.7 s; T'^2=0.49 s^2
m_A=m_B=0.4 kg

$$\frac{0.64}{0.49}=\frac{0.8+m_C}{0.4+m_C}$$

<u>m_C=0.907 kg</u>

b)

Despejamos k en cualquiera de las ecuaciones

$$K = \frac{2\pi^2(m_B + m_C)}{T'^2} = \frac{25.79}{0.49}$$

k=52.64 N

c)

Si se retiran los bloques A y B el periodo de vibración lo calculamos de la expresión:

$$T^2 = \frac{2\pi^2 m_C}{K}$$

$$T = \sqrt{\frac{2\pi^2 m_C}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9.87\cdot 0.907}{52.64}} = 0.583\,\mathrm{s}$$

T=0.583 s

d)

Ahora solo está el bloque C y el sistema tiene una fuerza de amortiguamiento proporcional a la velocidad $F_{amortiguamiento}=\gamma\, v=1.814\,\dot{y}$

$$\beta = \frac{\gamma}{2m_C} = \frac{1.814}{2\cdot 0.907} = 1\,s^{-1}$$

La frecuencia natural de oscilación es:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{2k}{m_C}} = 10.8\,s^{-1}$$

Como $\omega_o<\beta$ el bloque C realiza un movimiento oscilatorio débilmente amortiguado, cuya amplitud disminuye exponencialmente con el tiempo

$$A=A_o e^{-\beta t}$$

Inicialmente en t=0

$$A= A_o e^0=A_o$$

Si podemos considerar el bloque detenido cuando su amplitud es la milésima parte de su valor inicial. Calcularemos el tiempo que tarda en detenerse mediante la ecuación:

$$\frac{A_o}{1000} = A_o e^{-\beta t} = A_o e^{-t}$$

$$\frac{1}{1000} = e^{-t}$$

$$\ln 1-\ln 1000=-t$$

$$-6.907=-t$$

t=6.907 s