a) Se trata de un péndulo simple, luego inicialmente, cuando la gravedad vale 9.8 m/s^2 el reloj funciona bien y el período será:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.8}} = 2.007\ \mathrm{s}$$

Al cambiarlo de lugar no cambia su longitud, sino el valor de la gravedad, y por tanto del período. Sabemos que atrasa 10 s en un día, que son:

1 día=24 h=86400 s

Por tanto, si en un día atrasa 10 s, en cada oscilación atrasará:

$$\Delta T = \frac{10 \cdot 2.007}{86400} = 2.323 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}$$

Por tanto, el nuevo período es más grande y vale:

$$T' = T + \Delta T = 2.007 + 2.323 \cdot 10^{-4} = 2.0072323\ \mathrm{s}$$

Entonces ahora el valor de la gravedad g' será:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} \Rightarrow g' = \frac{4\pi^2 L}{T'^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1}{2.0072323^2} = 9.7986\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\underline{g' = 9.7986\ \mathrm{m/s^2}}$$

b) Para que el péndulo funcione correctamente y vuelva a tener el mismo período T se debería acortar su longitud, para que así, modificando la gravedad y la longitud su cociente vuelva a ser el mismo que al principio y el péndulo no atrase. La nueva longitud de la cuerda L' debería ser:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g'}} \Rightarrow L' = \frac{T^2 g'}{4\pi^2} = \frac{2.007^2 \cdot 9.7986}{4\pi^2} = 0.999768\ \mathrm{m}$$

Se debe acortar la longitud del péndulo una cantidad:

$$\Delta L = L - L' = 1 - 0.999768 = 2.32 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} = 0.232\ \mathrm{mm}$$

<u>ACORTAR EL PÉNDULO EN 0.232 mm</u>

c) Se trata de un problema de amortiguamiento viscoso, donde la fuerza de amortiguamiento vale:

$$F = -6\pi\eta R v = -\gamma v$$

El coeficiente de amortiguamiento vale:

$$\gamma = 6\pi\eta R = 6\pi \cdot 1.78 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1.6776 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Ns/m}$$

Y el parámetro de amortiguamiento:

$$\beta=\frac{\gamma}{2m}=\frac{\gamma}{2\rho V}=\frac{\gamma}{2\rho\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3\gamma}{8\pi\rho R^3}=\frac{3\cdot 1.6776\cdot 10^{-6}}{8\pi\cdot 2700\cdot\left(5\cdot 10^{-3}\right)^3}=5.933\cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$$

La frecuencia natural de la oscilación es:

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2.007}=3.131\ \mathrm{rad/s}$$

Como $\beta<<<\omega_0$ el movimiento es subamortiguado.

MOVIMIENTO SUBAMORTIGUADO

Puesto que el movimiento es subamortiguado, la ecuación del movimiento será:

$$\theta=\theta_0 e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)$$

siendo θ_0 la amplitud inicial (θ_0=2º=0.0349 rad), ω la frecuencia del movimiento amortiguado y φ la fase inicial. La frecuencia del movimiento amortiguado es:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=\sqrt{3.131^2-\left(5.933\cdot 10^{-4}\right)^2}=3.131\ \mathrm{rad/s}$$

Vemos aquí que el amortiguamiento es tan débil que no afecta a la frecuencia de la oscilación.

Por último, nos falta la fase inicial, para lo cual nos dicen que el origen de tiempos (t=0) se toma cuando la velocidad es nula $\left(\dot\theta=0\right)$. Determinamos por tanto la velocidad:

$$\dot\theta=\frac{d\theta}{dt}=-\theta_0\beta e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)+\theta_0\omega e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)$$

Aplicamos ahora la condición que nos dan:

$$t=0\Rightarrow\dot\theta=0\Rightarrow 0=-\theta_0\beta\mathrm{sen}\varphi+\theta_0\omega\cos\varphi\Rightarrow 0=-\beta\mathrm{sen}\varphi+\omega\cos\varphi$$

$$\frac{\mathrm{sen}\varphi}{\cos\varphi}=\mathrm{tg}\varphi=\frac{\omega}{\beta}=\frac{3.131}{5.933\cdot 10^{-4}}=5276.966\Rightarrow\varphi=1.571\ \mathrm{rad}$$

Por tanto la ecuación del movimiento es:

$$\theta=\theta_0 e^{-\beta t}\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)=0.0349e^{-5.933\cdot 10^{-4}t}\mathrm{sen}(3.131t+1.571)$$

$$\underline{\theta=0.0349e^{-5.933\cdot 10^{-4}t}\mathrm{sen}(3.131t+1.571)}$$

d) La ecuación que tenemos podemos ponerla en la forma:

$$\theta=0.0349e^{-5.933\cdot 10^{-4}t}\mathrm{sen}(3.131t+1.571)=A\mathrm{sen}(3.131t+1.571)$$

donde θ puede representar una amplitud, pero que no es constante, sino que disminuye exponencialmente con el tiempo. Así, tendríamos que por comparación de estas ecuaciones la amplitud del movimiento es:

$$A = 0.0349\, e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t}$$

Si la amplitud se reduce un 10% de la inicial es porque al cabo del tiempo pasa a ser el 90% de la inicial, es decir:

A'=0.90ª

Si aplicamos esto, teniendo en cuenta que cuando la amplitud vale A el tiempo es t, y cuando vale A' el tiempo es t' tendremos las ecuaciones:

$$A = 0.0349\, e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t}$$

$$A' = 0.0349\, e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t'}$$

Dividiendo las dos ecuaciones:

$$\frac{A}{A'} = \frac{0.0349 e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t}}{0.0349 e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t'}} \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t}}{e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, t'}} \Rightarrow \frac{A}{0.90A} = e^{-5.933 \cdot 10^{-4} (t' - t)} \Rightarrow \frac{1}{0.90} = e^{-5.933 \cdot 10^{-4}\, \Delta t}$$

$$\ln 0.90 = -5.933 \cdot 10^{-4}\, \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\ln 0.90}{-5.933 \cdot 10^{-4}} = 177.58 \text{ s} = 2 \text{ min } 58 \text{ s}$$

<u>Δt=2 min 58 s</u>