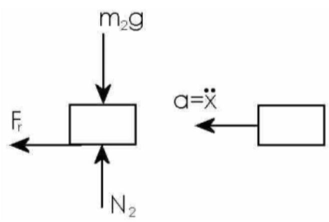
a) Si m_2 no desliza respecto de m_1 el sistema se comporta como un único bloque de masa $m=m_1+m_2=18+20=38$ g=0,038 kg unido a un resorte de constante k=10 N/m, de modo que efectuará un MAS de frecuencia angular:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{10}{0{,}038}}=16{,}222 \text{ rad/s}$$



Ahora queremos que el bloque 2 no deslice respecto del bloque 1. Si hacemos el diagrama de sólido libre del bloque 2 en cualquier momento tendremos lo que aparece en la figura. En todo momento la fuerza de rozamiento será igual al producto $m_2a=m_2\ddot{x}$, donde evidentemente la aceleración es variable, ya que es la del MAS, y por tanto, la fuerza de rozamiento es variable. Así, para que m_2 no deslice nunca tendremos que ver el caso más desfavorable, que será aquél en que la fuerza sea lo más grande posible; esto sucederá en aquel instante en que la aceleración también sea máxima (extremos de la oscilación). Puesto que se trata de un MAS la posición, velocidad y aceleración serán:

$$x=A_0\text{sen}(\omega_0t+\varphi)$$
$$\dot{x}=\frac{dx}{dt}=A_0\omega_0\cos(\omega_0t+\varphi)$$
$$\ddot{x}=\frac{d\dot{x}}{dt}=-A_0\omega_0^2\text{sen}(\omega_0t+\varphi)$$

Y la aceleración será máxima cuando el término variable (seno) adquiera su valor máximo (±1), es decir, en módulo la aceleración máxima vale $A_0\omega_0^2$. Tendremos entonces por la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x=m_2\ddot{x} \Rightarrow F_r=m_2A_0\omega_0^2$$

Y si queremos que el bloque 2 no deslice respecto del bloque 1 la fuerza de rozamiento deberá ser inferior a su valor máximo:

$$F_r\le\mu N_2 \Rightarrow m_2A_0\omega_0^2\le\mu m_2g \Rightarrow A_0\le\frac{\mu g}{\omega_0^2} \Rightarrow A_0\le\frac{0{,}6\cdot9{,}8}{16{,}222^2} \Rightarrow A_0\le0{,}0223 \text{ m}$$

Si la amplitud tiene que ser igual o menor a ese valor la amplitud máxima será esa:

$$\underline{A_0=0{,}0223 \text{ m}}$$

b) Para saber el tipo de amortiguamiento comparamos ω_0 con β, de modo que nos falta el parámetro de amortiguamiento. Tendremos:

$$\beta=\frac{\gamma}{2m}=\frac{1}{2\cdot0{,}038}=13{,}158 \text{ s}^{-1}$$

Como $\beta<\omega_0$ el movimiento es subamortiguado.

<u>SUBAMORTIGUADO</u>

c) La ecuación del movimiento subamortiguado es:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi)$$

Donde la amplitud inicial será la calculada anteriormente:

$$A_0=0{,}0223 \text{ m}$$

La frecuencia angular de la oscilación será:

$$\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=\sqrt{16{,}222^2-13{,}158^2}=9{,}488 \text{ rad/s}$$

Y para el desfase inicial tenemos las condiciones iniciales. Sabemos que para $t=0 \Rightarrow x=A_0$:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi) \Rightarrow A_0=A_0\text{sen}\varphi \Rightarrow \text{sen}\varphi=1 \Rightarrow \varphi=\pi/2$$

Por tanto la ecuación del movimento es:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}\left(\omega' t+\varphi\right)=0{,}0223e^{-13{,}158t}\text{sen}\left(9{,}488t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{x=0{,}0223e^{-13{,}158t}\text{sen}\left(9{,}488t+\frac{\pi}{2}\right)}$$

d) Si tomamos todo lo que acompaña al seno como la amplitud tendremos:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi)=A\text{sen}(\omega' t+\varphi)$$

donde tendremos que tener en cuenta que esa amplitud no es constante, sino que disminuye exponencialmente con el tiempo:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Así, si la amplitud se reduce en un 99,9% es porque queda un 0,1% de modo que tendremos:

$$A=A_0e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{0{,}1}{100}A_0=A_0e^{-13{,}158t} \Rightarrow 10^{-3}=e^{-13{,}158t} \Rightarrow \ln 10^{-3}=-13{,}158t \Rightarrow t=0{,}525\text{ s}$$

$$\underline{t=0{,}525\text{ s}}$$