a) Podemos leer en las gráficas la velocidad máxima y la aceleración máximas y tendremos:

$$v_{máx}=10\ m/s;\ a_{máx}=50\ m/s$$

Sabemos las expresiones de la velocidad y aceleración máximas, que son:

$$v_{máx}=A\omega_0 \Rightarrow 10=A\omega_0$$
$$a_{máx}=A\omega_0^2 \Rightarrow 50=A\omega_0^2$$

Dividiendo la segunda entre la primera:

$$\frac{50}{10}=\omega_0 \Rightarrow \omega_0=5\ rad/s \Rightarrow \frac{2\pi}{T}=5 \Rightarrow T=1{,}257\ s$$

$$\underline{T=1{,}257\ s}$$

Y la amplitud de cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo, de la velocidad:

$$10=A\omega_0 \Rightarrow 10=5A \Rightarrow A=2\ m$$

$$\underline{A=2\ m}$$

b) Puesto que se realiza un movimiento armónico simple la ecuación del movimiento será:

$$x=A sen(\omega_0 t+\varphi)$$

donde ya sabemos la amplitud y la frecuencia angular de la oscilación. De la gráfica de la posición frente al tiempo podemos ver que cuando $t=0 \Rightarrow x=0$ de modo que tendremos:

$$x=A sen(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow t=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow 0=A sen\varphi \Rightarrow sen\varphi=0 \Rightarrow \varphi=0$$

Así, la ecuación del movimiento es:

$$x=A sen(\omega_0 t+\varphi)=2sen(5t)$$

$$\underline{x=2sen(5t)}$$

Y la constante del resorte la obtenemos de la frecuencia angular de la oscilación:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 5=\sqrt{\frac{k}{2}} \Rightarrow k=50\ N/m$$

$$\underline{k=50\ N/m}$$

c) En las gráficas podemos ver que en el instante inicial la velocidad del móvil es máxima, luego su energía cinética será:

$$E_C=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}2\cdot 10^2=100\ J$$

Si la energía se reduce a la mitad será de 50 J, de modo que la nueva velocidad es:

$$E'_C=\frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow 50=\frac{1}{2}2v'^2 \Rightarrow v'=7{,}071\ m/s$$

Sustituyendo en la ecuación de la velocidad:

$$x=2sen(5t) \Rightarrow v=\frac{dx}{dt}=10cos(5t) \Rightarrow 7{,}071=10cos(5t) \Rightarrow cos(5t)=0{,}7071 \Rightarrow 5t=0{,}785 \Rightarrow t=0{,}157\ s$$

$$\underline{t=0{,}157\ s}$$

d) Con el nuevo período tendríamos la nueva frecuencia de la oscilación, y con ella el parámetro de amortiguamiento:

$$\beta=\sqrt{\omega_0^2-\omega'^2}=\sqrt{\omega_0^2-\left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{2\pi}{1,3}\right)^2}=1,281\ s^{-1}$$

La solución del movimiento (puesto que es subamortiguado, $\beta<\omega_0$) es:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi)$$

En esa ecuación podemos tomar la amplitud como:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Y si la amplitud se reduce a la milésima parte:

$$A=A_0e^{-\beta t}\Rightarrow\frac{A_0}{1000}=A_0e^{-1,281t}\Rightarrow\ln\frac{1}{1000}=-1,281t\Rightarrow t=5,392\ s$$

$\underline{t=5,392\ s}$