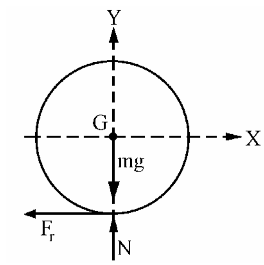

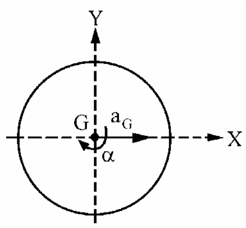

Aislamos la bola y dibujamos el diagrama del sólido libre cuando llega al suelo. Aplicamos las ecuaciones de la dinámica del sólido rígido:

$$\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a_G}$$
$$\Sigma\mathbf{M_G}=I_G\boldsymbol{\alpha}$$

El movimiento de la bola es hacia la derecha y tomamos para la aceleración angular el sentido de las agujas del reloj.

$$\Sigma F_X=m(a_G)_X \Rightarrow -F_r=ma_G$$
$$\Sigma F_Y=m(a_G)_Y \Rightarrow N-mg=0 \Rightarrow N=mg$$

Como existe deslizamiento la fuerza de rozamiento existente entre la bola y el suelo tiene el valor máximo y se opone al deslizamiento.

$$F_r=(F_r)_{máx}=\mu N=\mu mg$$

Sustituyendo el valor de F_r nos queda:

$$-F_r=ma_G \Rightarrow -\mu mg=ma_G \Rightarrow a_G=-\mu g$$

Además tendremos la ecuación de momentos:

$$\Sigma\mathbf{M_G} = I_G\boldsymbol{\alpha} \Rightarrow F_r r = mk^2\alpha \Rightarrow \mu mgr = mk^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\mu gr}{k^2}$$

Como la aceleración del centro de masa es $a_G=-\mu g=cte$ el movimiento es uniformemente acelerado, con aceleración en sentido contrario al movimiento inicial. Aplicando las ecuaciones de la cinemática:

$$v_{Gf}=v_{G0}+a_G t$$
$$s = s_0 + v_{G0}t + \frac{1}{2}a_G t^2$$

Lo mismo tenemos con el movimiento de rotación, la aceleración angular es constante luego:

$$\omega=\omega_0+\alpha t$$

Como se parte del reposo:

$$\omega_0 = 0 \Rightarrow \omega = \alpha t = \frac{\mu gr}{k^2}t$$

Cuando deje de deslizar, el punto de contacto entre la bola y el suelo tendrá velocidad nula (es el c.i.r.) y a partir de ese momento la bola rueda. Entonces:

$$v_{Gf}=\omega r$$

Sustituyendo en las ecuaciones anteriores queda:

$$v_{Gf}=v_{G0}+a_G t \Rightarrow \omega r=v_0-\mu gt$$

$$s = s_0 + v_{G0}t + \frac{1}{2}a_G t^2 = v_0 t - \frac{1}{2}\mu g t^2$$

De la primera ecuación:

$$\omega r = v_0 - \mu g t \Rightarrow \frac{\mu g r}{k^2} t r = v_0 - \mu g t \Rightarrow \left(\frac{\mu g r^2}{k^2} + \mu g \right) t = v_0 \Rightarrow t = \frac{v_0 k^2}{\mu g (r^2 + k^2)}$$

Y sustituyendo todo en la ecuación del espacio;

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} \mu g t^2 = v_0 \frac{v_0 k^2}{\mu g (r^2 + k^2)} - \frac{1}{2} \mu g \frac{v_0^2 k^4}{\mu^2 g^2 (r^2 + k^2)^2} = \frac{v_0 k^2 \left[2 \left(r^2 + k^2 \right) \right] - v_0^2 k^4}{2 \mu g (r^2 + k^2)^2} = \frac{v_0 k^2 (2r^2 + k^2)}{2 \mu g (r^2 + k^2)^2}$$

$$\underline{s = \frac{v_0 k^2 (2r^2 + k^2)}{2 \mu g (r^2 + k^2)^2}}$$