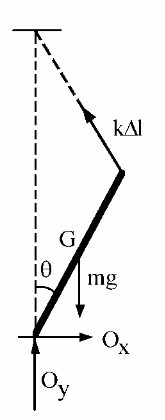
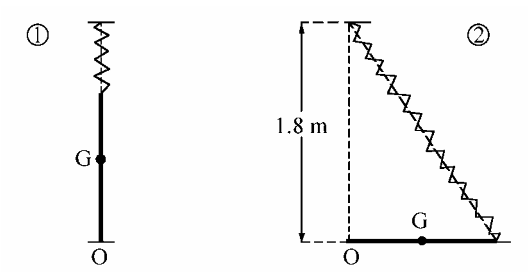
Que alcance justamente la horizontal quiere decir que se detiene momentáneamente al llegar a esa posición, o lo que es lo mismo, que su energía cinética se anule.



Aislamos la varilla y dibujamos el diagrama del sólido libre. De las fuerzas que actúan sobre ella solo realizan trabajo su peso y la fuerza recuperadora del resorte. Como ambas son conservativas, se conserva la energía mecánica de la barra.



Consideramos ahora dos situaciones: la situación 1 cuando la barra está en posición vertical, y la situación 2 cuando está en posición horizontal. Ambas están representadas en la figura. La energía en la situación 1 es:

$$E_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_{G1}^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$$

donde la velocidad del centro de masas es:

$$v_{G1} = \omega OG = \omega\frac{l}{2}$$

Sustituyendo en la ecuación de la energía:

$$E_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_{G1}^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 = mgh_1 + \frac{1}{2}m\left(\omega\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 =$$

$$= mgh_1 + \frac{1}{2}m\omega^2\left(I_G + \frac{l^2}{4}\right) = mgh_1 + \frac{1}{2}I_O\omega^2$$

Hemos tenido en cuenta el teorema de Steiner:

$$I_O = I_G + mOG^2 = I_G + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

En la posición 2 la energía total valdrá:

$$E_2 = mgh_2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

siendo Δl la deformación del resorte. Dicha deformación será:

$$\Delta l = \sqrt{1.8^2 + 1.2^2} - (1.8 - 1.2) = 1.56 \text{ m}$$

Como la energía total se conserva:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}I_O\omega^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow mg(h_1 + h_2) + \frac{1}{2}I_O\omega^2 = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

$$mg(h_1 - h_2) = mg\frac{l}{2}$$

$$I_O = I_G + mOG^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Sustituyendo todo:

$$mg(h_1 + h_2) + \frac{1}{2}I_O\omega^2 = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow mg\frac{l}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\omega^2 = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow mg\frac{l}{2} + \frac{1}{6}ml^2\omega^2 = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3(k\Delta l^2 - mgl)}{ml^2}} = \sqrt{\frac{2(43.8\cdot 1.56^2 - 6.8\cdot 9.8\cdot 1.2)}{6.8\cdot 1.2^2}} = 2.9\ \text{rad/s}$$

<u>ω=2.9 rad/s</u>