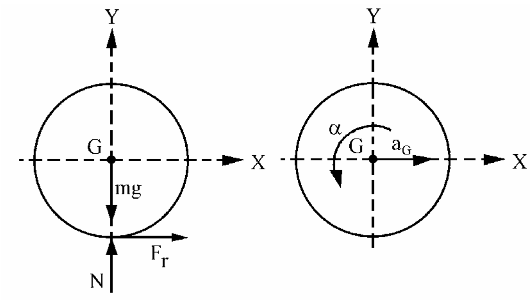
Vamos a resolverlo de dos formas: 1º como lo haría un observador inercial y 2º como lo haría uno situado en el camión.

1º: Observador inercial



El diagrama del sólido libre respecto a un sistema inercial será el que aparece en la figura (ver página siguiente). Aplicamos las ecuaciones del movimiento del sólido rígido:

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a_G}$$
$$\Sigma \mathbf{M_G} = I_G \boldsymbol{\alpha}$$

La aceleración del centro de masa será:

$$\mathbf{a_G} = \mathbf{a} + \mathbf{a_{Gr}}$$

siendo **a** la aceleración del camión y $\mathbf{a_{Gr}}$ la aceleración relativa del centro de gravedad del rollo respecto al camión. Como rueda sobre él sin deslizar:

$$a_{Gr} = \alpha r$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta que todas las aceleraciones están en el eje X:

$$a_G = a - \alpha r$$

Tendremos entonces:

$$\Sigma F_X = m(a_G)_X \Rightarrow F_r = m(a - \alpha r)$$

$$\Sigma \mathbf{M_G} = I_G \boldsymbol{\alpha} \Rightarrow F_r r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha \Rightarrow F_r = \frac{1}{2} m r \alpha$$

Sustituyendo el valor de la fueza de rozamiento en la ecuación del eje X:

$$F_r = m(a - \alpha r) \Rightarrow \frac{1}{2} m r \alpha = m(a - \alpha r) \Rightarrow \frac{3}{2} r \alpha = a \Rightarrow \alpha = \frac{2a}{3r}$$

La aceleración del centro de masa será entonces:

$$a_G = a - \alpha r = a - \frac{2a}{3r} r = \frac{a}{3}$$

El movimiento, por tanto, es uniformemente acelerado. Aplicando las ecuaciones correspondientes a este movimiento, teniendo en cuenta que mientras el camión recorre una distancia s con aceleración a, el rodillo recorre una distancia (s-d) con aceleración a_G:

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$s - d = \frac{1}{2} a_G t^2$$

Dividiendo las dos expresiones:

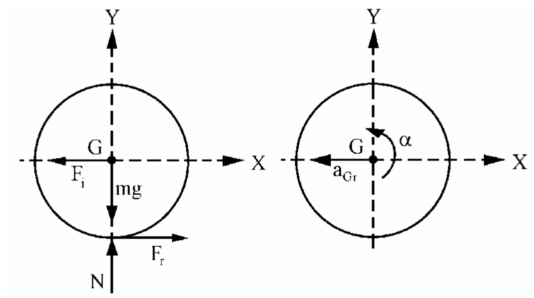
$$\frac{s}{s-d}=\frac{a}{a_G}\Rightarrow\frac{s}{s-d}=\frac{a}{\frac{a}{3}}\Rightarrow\frac{s}{s-d}=3$$

De donde:

$$\underline{s=\frac{3d}{2}}$$

<u>2º: Observador no inercial</u>

Desde el punto de vista de un observador situado en el camión, el movimiento del cilindro es hacia fuera de él. Tendríamos que considerar que sobre el cilindro además de las fuerzas reales (aparecen en el diagrama de sólido libre dibujado anteriormente) actúan las ficticias o de inercia.



Las ecuaciones de la dinámica quedan en este caso:

$$\Sigma\mathbf{F}_{\mathbf{reales}}+\Sigma\mathbf{F}_{\mathbf{ficticias}}=m\mathbf{a}_{\mathbf{Gr}}$$

$$\Sigma\mathbf{M}_{\mathbf{G}}=I_G\boldsymbol{\alpha}$$

La aceleración relativa, como el disco rueda sin deslizar sobre la plataforma:

$$a_{Gr}=\alpha r$$

La fuerza inercial valdrá:

$$F_i=ma$$

Y tendremos, dado que sólo existe movimiento en el eje X:

$$F_r-F_i=-ma_{Gr}\Rightarrow F_r-ma=-ma_{Gr}$$

$$\Sigma\mathbf{M}_{\mathbf{G}}=I_G\boldsymbol{\alpha}\Rightarrow F_r r=\frac{1}{2}mr^2\alpha\Rightarrow F_r=\frac{1}{2}mr\alpha$$

$$F_r-ma=-m\alpha r\Rightarrow\frac{1}{2}mr\alpha-ma=-m\alpha r\Rightarrow\alpha=\frac{2a}{3r}$$

La aceleración relativa:

$$a_{Gr}=\alpha r=\frac{2a}{3r}r=\frac{2a}{3}$$

Es un movimiento uniformemente acelerado. Ahora tenemos que el camión recorre una distancia s con aceleración a, mientras que en ese tiempo y para un observador situado en el camión, el rodillo recorre una distancia d con una aceleración a_{Gr}. Mediante las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado tendremos:

$$s=\frac{1}{2}at^2$$

$$d = \frac{1}{2} a_{Gr} t^2$$

Dividiendo las dos expresiones:

$$\frac{s}{d} = \frac{a}{a_{Gr}} \Rightarrow \frac{s}{d} = \frac{a}{\frac{2a}{3}} \Rightarrow \frac{s}{d} = \frac{3}{2}$$

Con lo que obtenemos también:

$$\underline{s = \frac{3d}{2}}$$